

Определенный интеграл.

**Нахождение площадей
фигур с помощью
определенного
интеграла**

**Н.И. Лобачевского:
«Нет ни одной области
математики, как бы
абстрактна она ни была,
которая когда-нибудь не
окажется применимой
к явлениям действительного
мира.»**

1 D

5 D

2 A

6 B

3 D

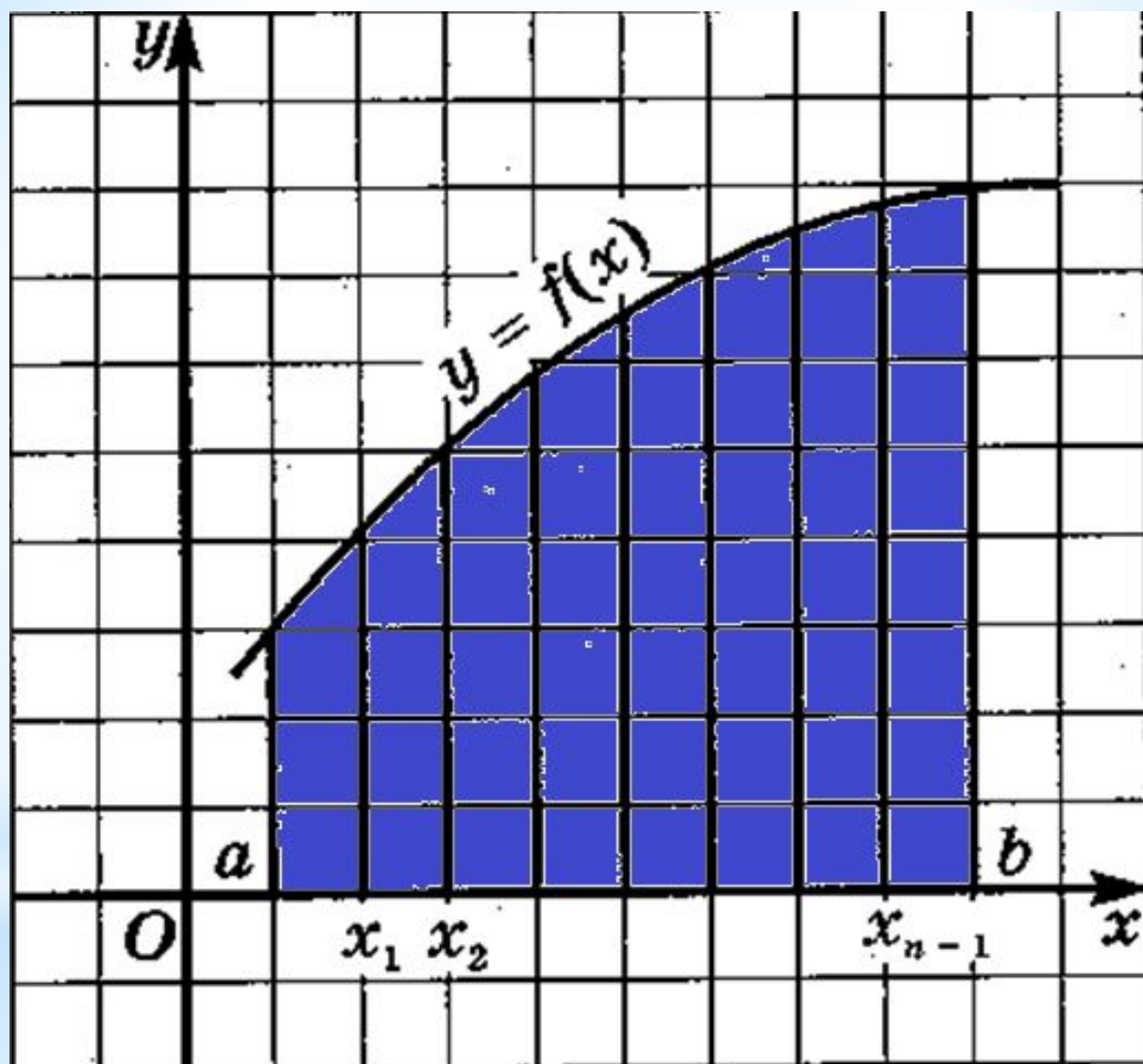
7 B

4 B

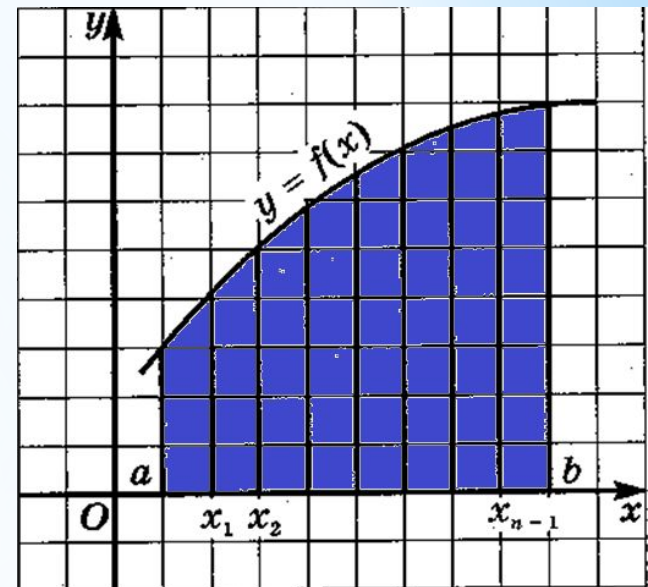
8 D

КЛЮ

Ч



* В декартовой прямоугольной системе координат XOY фигура, ограниченная осью OX , прямыми $x=a$, $x=b$ ($a < b$) и графиком непрерывной на отрезке $[a;b]$ функции $y=f(x)$, называется криволинейной трапецией



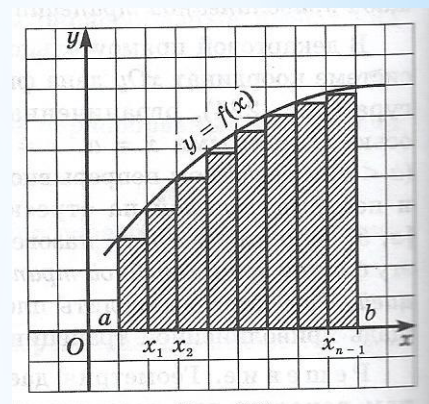
* Определенный интеграл

* Вычислим площадь криволинейной трапеции. Разобьем отрезок $[a;b]$ на n равных частей. Проведем через полученные точки прямые, параллельные оси ОУ. Заданная криволинейная трапеция разобьется на n частей. Площадь всей трапеции приближенно равна сумме площадей столбиков.

$$S_n = f(x_0) \cdot \Delta x_0 + f(x_1) \cdot \Delta x_1 + \dots + f(x_{n-1}) \cdot \Delta x_{n-1}$$

$$S \approx S_n$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$



по определению , его называют

определенным интегралом от функции

$y=f(x)$ по отрезку $[a;b]$ и обозначают так:

$$\int_a^b f(x) dx$$

* **Определенный
интеграл**

ОПРЕДЕЛЕННЫМ

ИНТЕГРАЛОМ:

$\int_a^b f(x)dx$ в пределах от **a** до **b**

от функции $f(x)$, непрерывной

на отрезке $[a, b]$, называется

приращение любой

ее первообразной $F(x)$

при изменении аргумента

x от значения **$x=a$** до **$x=b$** :

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

* Связь между определенным интегралом и первообразной

* Для непрерывной функции

(Формула Ньютона - Лейбница)

$$\int\limits_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

где $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$.

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b dx = b - a$$

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

*** Основные свойства
определенного
интеграла**

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

$$\int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx, c - const$$

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

*** Основные свойства
определенного
интеграла**

1. Найти первообразную функцию $F(x)$
для функции $f(x)$

2. Вычислить значение $F(x)$ при $x=b$
(b называется верхним пределом)

3. Вычислить значение $F(x)$ при $x=a$
(a называется нижним пределом)

***Алгоритм:**

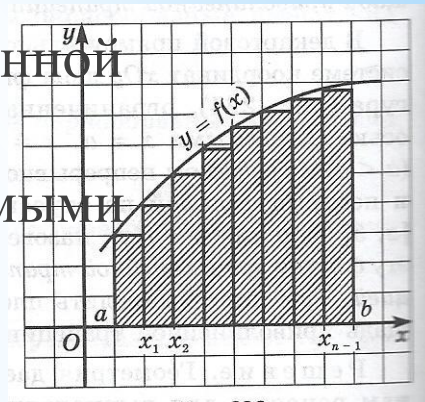
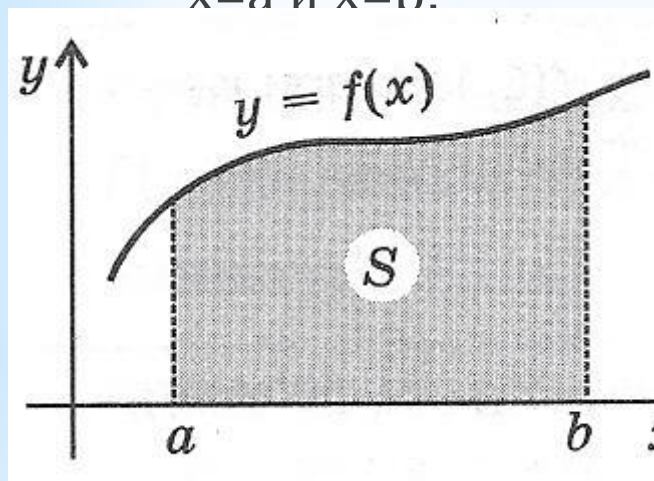
4. Вычислить разность $F(b) - F(a)$.

ПРИМЕНЕНИЕ

ИНТЕГРАЛА

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
s – перемещение, v – скорость, a – ускорение	$\frac{ds}{dt} = v$ $a(t) = \frac{dv}{dt}$	$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ $v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$
A – работа, F – сила, N – мощность	$F(x) = A'(x)$ $N(t) = A'(t)$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$
m – масса тонкого стержня, ρ – линейная плотность	$\rho(x) = m'(x)$	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$
q – электрический заряд, I – сила тока	$I(t) = q'(t)$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$
Q – количество теплоты c – теплоемкость	$c(t) = Q'(t)$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$

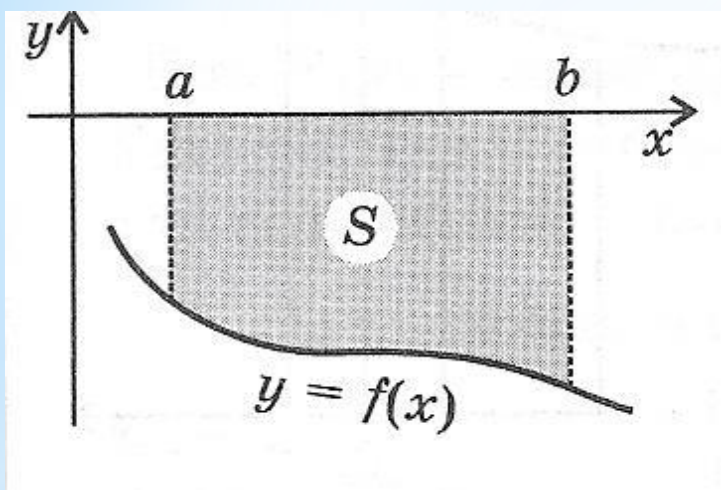
* Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной положительной на промежутке $[a; b]$ функции $f(x)$, осью x и прямыми $x=a$ и $x=b$:



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

* **Геометрический
смысл
определенного
интеграла**

* Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной отрицательной на промежутке $[a; b]$ функции $f(x)$, осью x и прямыми $x=a$ и $x=b$:



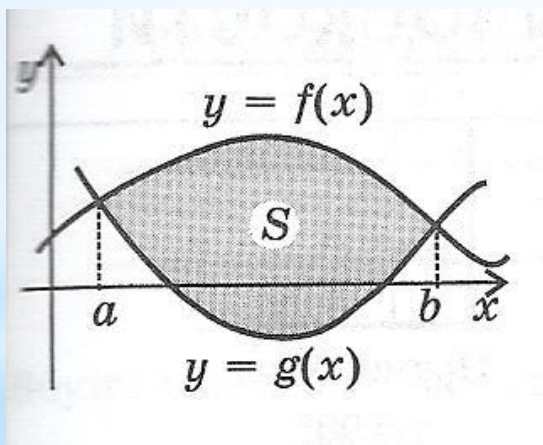
$$S = -\int_a^b f(x) dx$$

*** Геометрический
смысл
определенного
интеграла**

* Ограниченной графиками непрерывных функций $y=f(x)$ и $y=g(x)$ таких, что

для любого x из $[a;b]$, где a и b – абсциссы точек пересечения графиков функций:

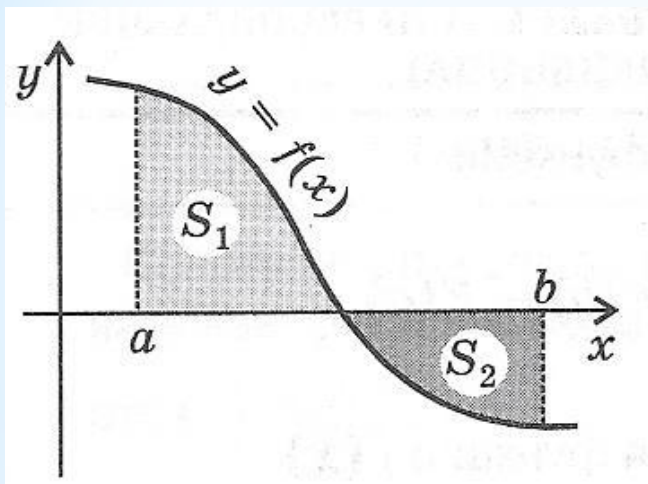
$$f(x) \geq g(x)$$



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

ощадь фигуры,

***Замечание:** Если функция изменяет знак на промежутке $[a;b]$, то



$$S_1 - S_2 = \int_a^b f(x) dx$$

***Геометрический
смысл
определенного
интеграла**

	1	2	3	4
Вариант 1.		33		36
Вариант 2.	48,4	16	0	

КЛЮ
Ч

СПАСИБЬ

О

ЗА УРОК