

Логарифмы



В нашей жизни

Аннотация к проекту:

- Цели проекта:**
- 1) Расширить свои знания о логарифмической функции
 - 2) Рассмотреть применение логарифмов в практических приложениях и физических явлениях
 - 3) С помощью специальных формул перевести нотную грамоту на язык логарифмов

Гипотеза: Удивительное рядом...

- Краткое содержание работы:**
- 1) Историческая справка;
 - 2) Роль логарифмов в музыке;
 - 3) Звезды, шум и логарифмы;
 - 4) Логарифмическая спираль
 - 5) Нотная грамота и язык логарифмов

Немного истории

Известный шотландский математик, **Джон Непер** вошел в историю математики как изобретатель логарифмов, он составитель первой таблицы логарифмов, которой посвятил 20 лет своей жизни.

“Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.

Таблицы логарифмов нашли немедленное применение.



Джон НЕПЕР
John Napier
(1550 - 1617)

Немного истории

Параллельно с Непером над составлением таблицы логарифмов работал другой любитель математики - **Йост Бюрги**.

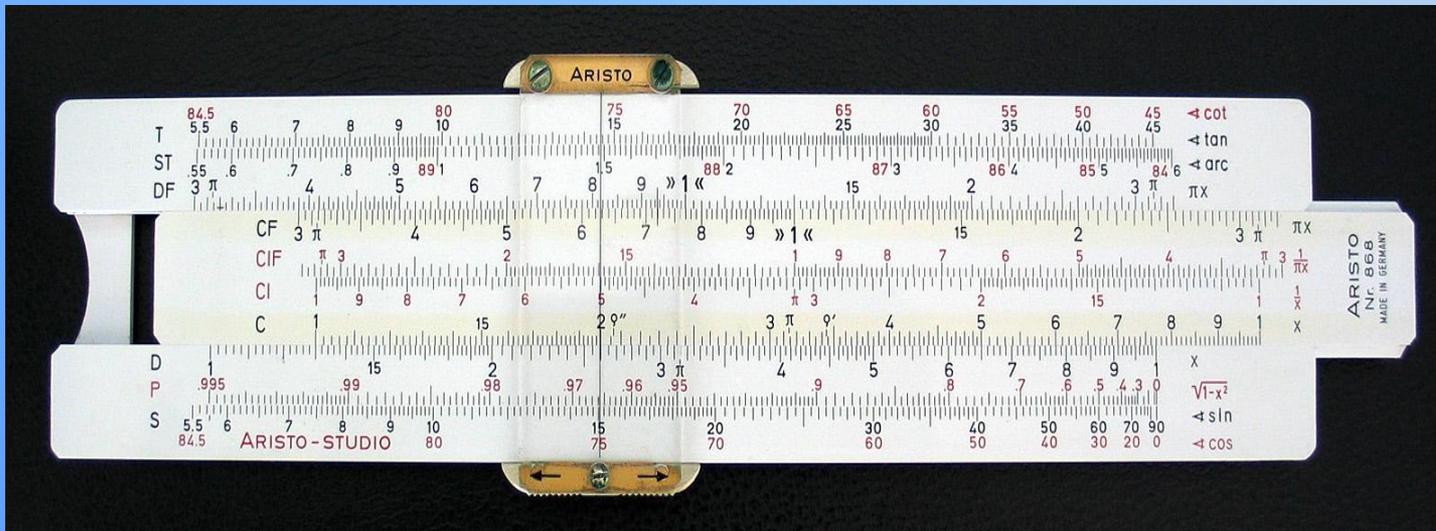
Бюрги составил таблицы логарифмов раньше, но только в 1620 году издал свою книгу "Таблицы арифметической и геометрической прогрессии с обстоятельным наставлением, как пользоваться ими при всякого рода вычислениях".



Йост Бюрги
(1552 - 1632)

Немного истории

В 1623 г., т. е. всего через 9 лет после издания первых таблиц, английским математиком **Эдмундом Гюнтером** была изобретена первая логарифмическая линейка, ставшая рабочим инструментом для многих поколений вплоть до появления ЭВМ.



Ода об экспоненте

Две шкалы Гунтера –
Вот чудо изобретательности.
Экспонентой порождена
Логарифмическая линейка:
У инженера и астронома не было
Инструмента полезнее, чем она.
Даже изящные искусства питаются ею.
Разве музыкальная гамма не есть
Набор передовых логарифмов?

Английский поэт Э.Брилл

Логарифмы в музыке

*«... Даже изящные искусства питаются ею
Разве музыкальная гамма не есть -
Набор передовых логарифмов?»*

Из «Оды экспоненте»



А. А. Эйхенвальд.

А.А. Эйхенвальд



«Товарищ мой по гимназии любил играть на рояле, но не любил математику.

Он даже говорил с оттенком пренебрежения, что музыка и математика несовместимы.

«Правда Пифагор нашел какие-то соотношения между звуковыми колебаниями, но ведь как раз пифагорова- то гамма для нашей музыки и оказалось неприемлемой»»

Частоту любого звука можно выразить формулой

Ноте «до» соответствует частота, равная n колебаниям в секунду.

В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.

Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать $2n$ колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы – $3n$ колебания в секунду и т.д.

Обозначим все ноты хроматической гаммы номерами p .

$$N_{pt} = n \cdot 2^m \left(\sqrt[12]{2} \right)^p$$

**Логарифмируя эту формулу,
получаем**

$$\lg N_{pt} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{\lg 2}{12},$$

$$\lg N_{pt} = \lg n + \left(m + \frac{p}{12} \right) \lg 2.$$

Принимая частоту самого низкого «до» за единицу $n=1$ и приводя логарифмы к основанию 2, имеем

$$\log_2 N_{pm} = m + \frac{p}{12}.$$

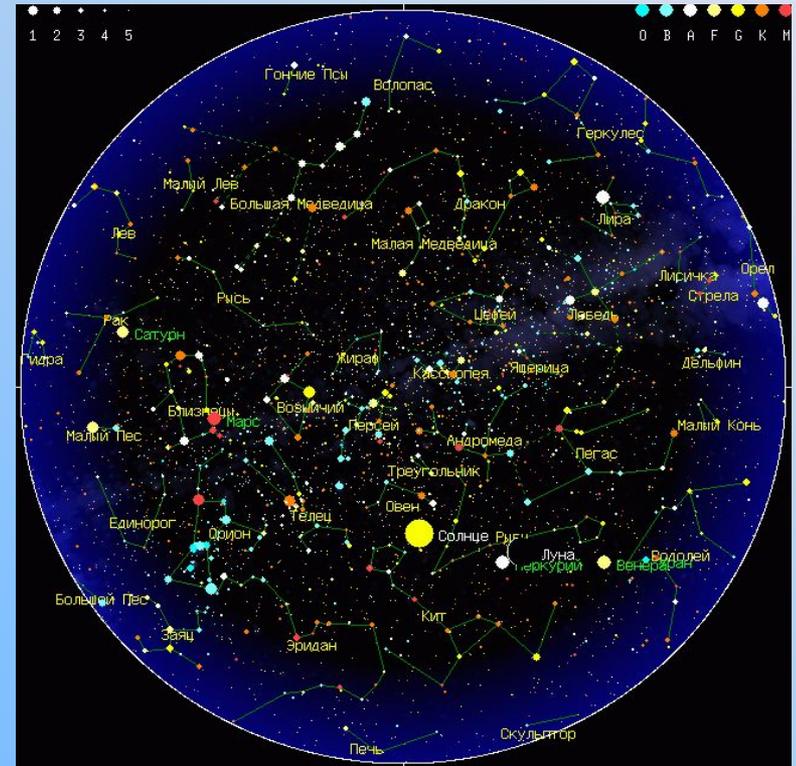
Звезды, шум и логарифм

Звёзды

«Открылась бездна
звезд полна.
Звездам числа нет,
бездне – дна».

Во II веке до н.э.
Гиппарх разделил звезды
на 6 групп.
Самые яркие – звезды 1-
ой величины, самые
слабые – 6-ой величины.

Установлено, что
звезда 1-ой вел. ярче
звезды 6-ой вел. ровно в
6 раз.



Шумы

- Громкость звука – 1 бел, 0,1 бел – 1 децибел.
- Тихий шелест листьев – 1 бел.



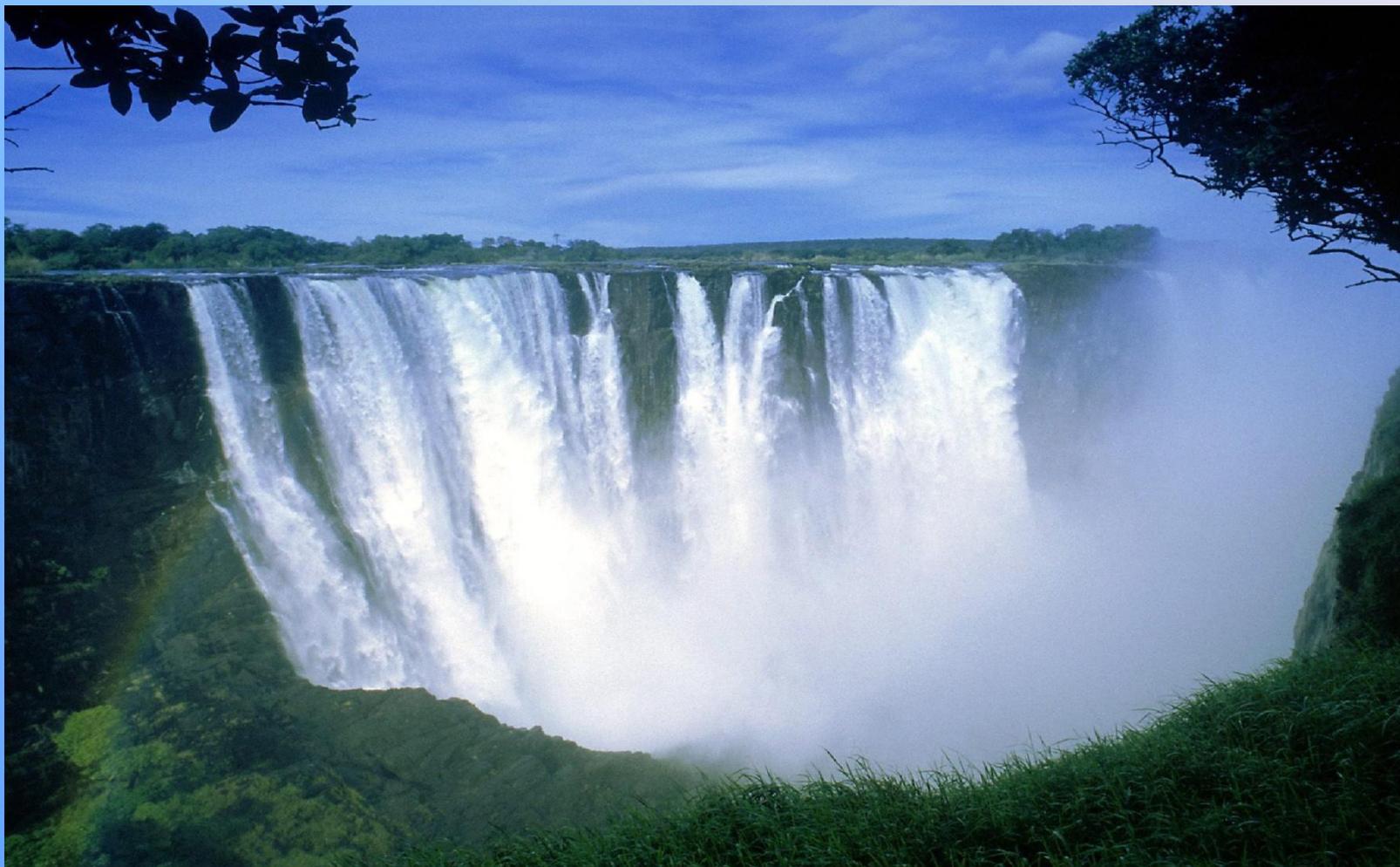
Крик, громкая речь – 6-7 бел



Рычанье льва – 8-9 бел



Шум водопада – 9 бел



Рев двигателя самолета – 20 бел



- Шум, громкость которого больше 8 бел – признана вредной для организма человека.
- Эта норма зачастую превосходится в школе, на дискотеках, на заводах и фабриках. Музыка: рок – 10-12 белов



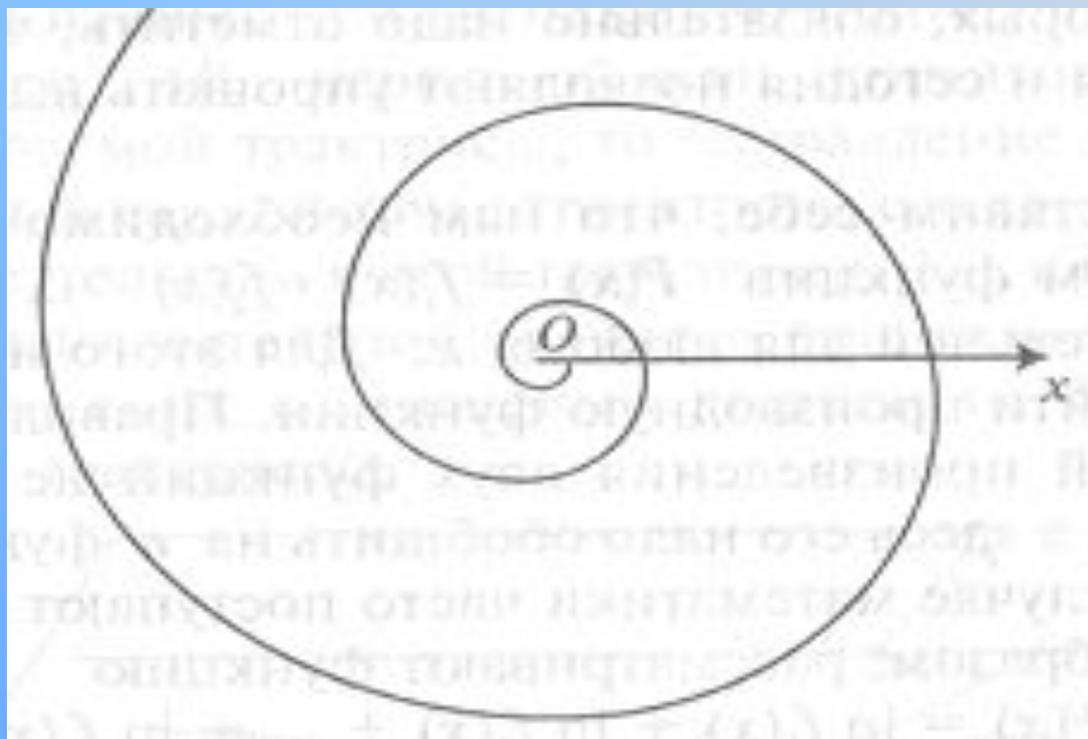
- **Последовательные степени громкости – 1 бел, 2 бел, 3 бела и т.д. составляют арифметическую прогрессию.**
- **Физическая же «сила» этих шумов (точнее - энергия) составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 10.**
- **Громкость – есть десятичный логарифм его физической силы**

- **Итак, мы видим, что при оценке видимой яркости светил и при оценке громкости шума мы имеем дело с логарифмами.**

- **Величина ощущения прямо пропорциональна логарифму величины раздражения.**

Логарифмическая спираль

Спираль – это плоская кривая линия, многократно обходящая одну из точек на плоскости, которая называется полюсом спирали.

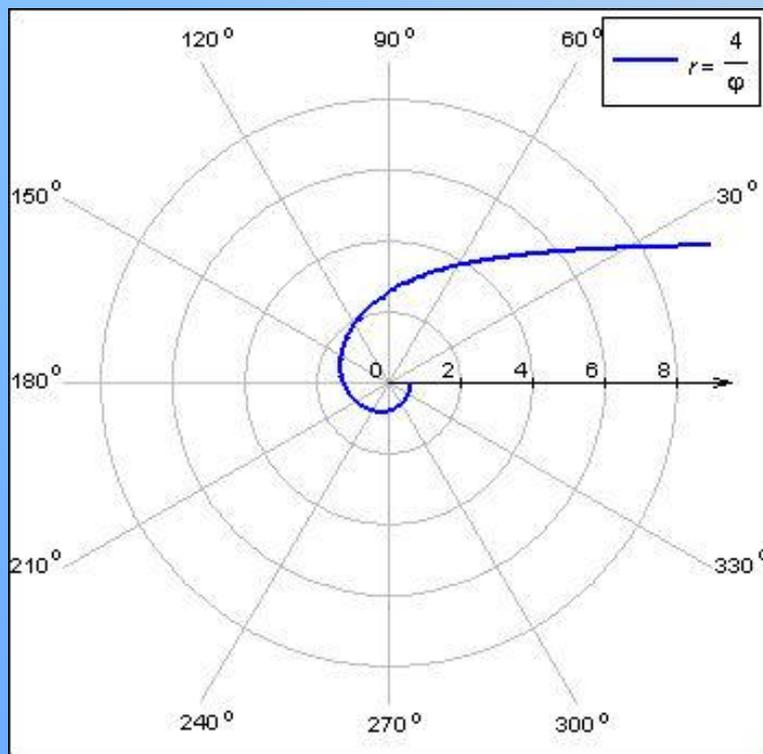


**Первым ученым,
открывшим эту
удивительную
кривую, был
французский
математик Рене
Декарт**

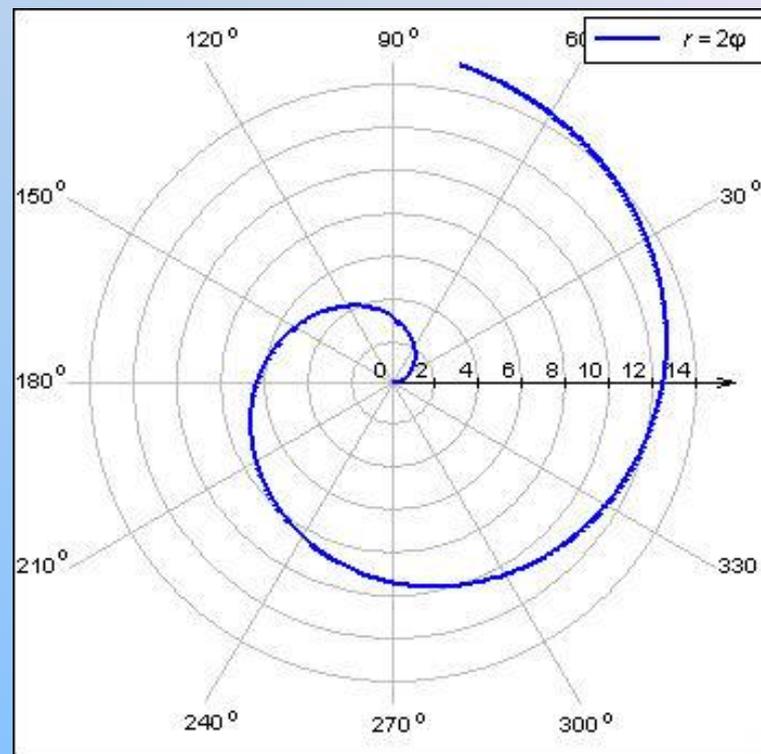


**Рене Декарт
(1596-1650гг.)**

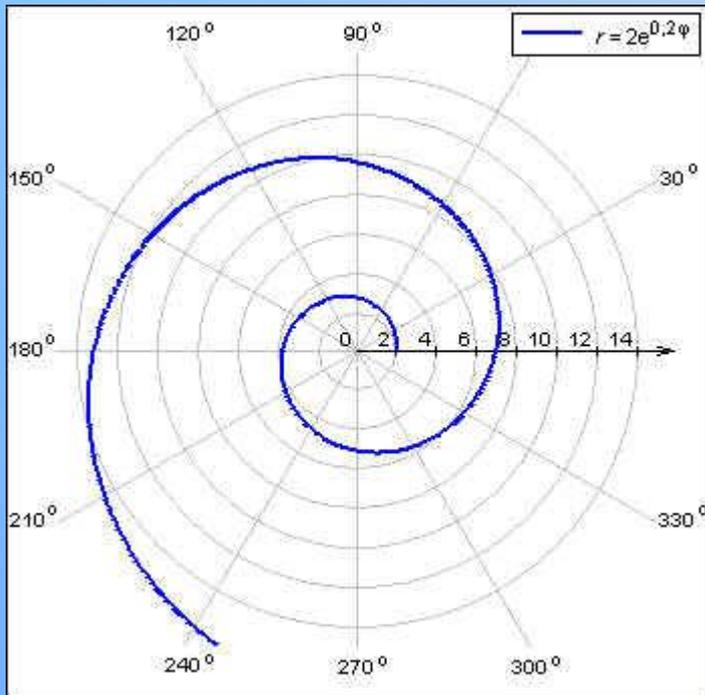
Логарифмическая спираль



Гиперболическая спираль

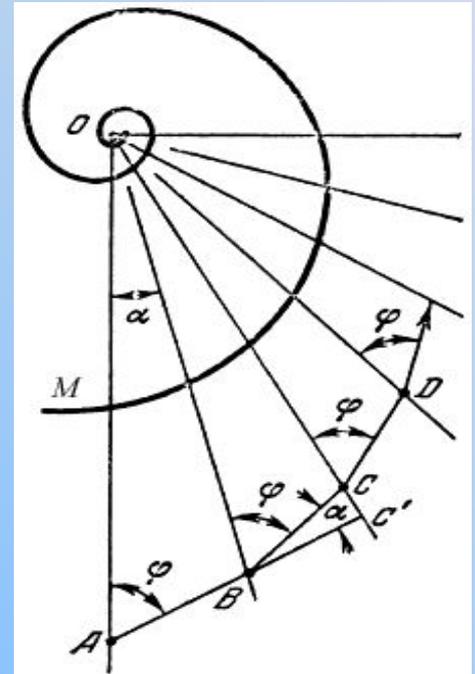


Архимедова спираль



Логарифмическая спираль является траекторией точки, которая движется вдоль равномерно вращающейся прямой, удаляясь от полюса со скоростью, пропорциональной пройденному расстоянию.

Т.е. в логарифмической спирали углу поворота пропорционален логарифм этого расстояния.



Свойство логарифмической спирали

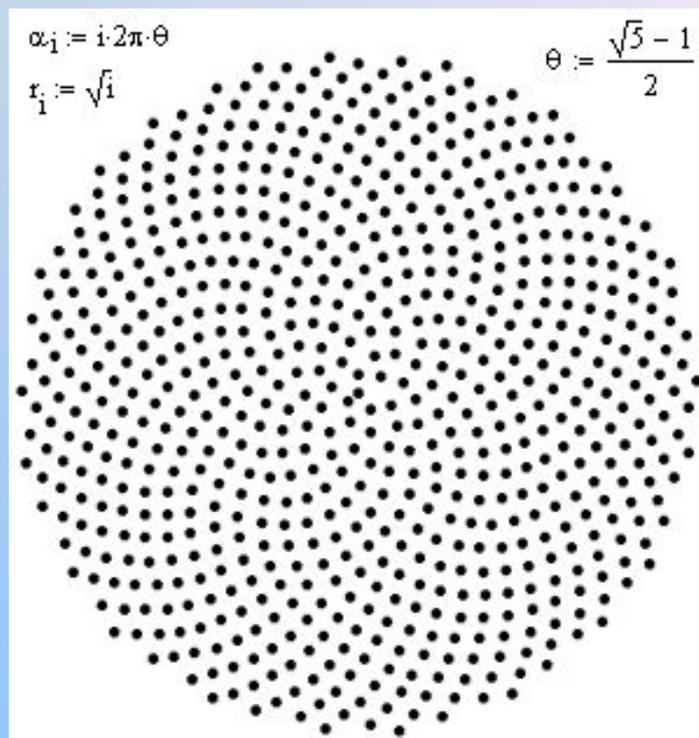


Якоб Бернулли открыл поразительное свойство спирали: кривая с «твёрдым» характером.

Она не изменяется при сжатиях, растяжениях и поворотах.



По логарифмической спирали свёрнуты раковины многих улиток и моллюсков



**По логарифмическим спиральям выстраиваются
цветки в соцветиях подсолнечника**



Даже пауки, сплетая паутину, закручивают нити вокруг центра по логарифмической спирали



**По логарифмическим спиралям выстраиваются
рога многих животных**



**По логарифмической спирали формируется тело
циклона**



По логарифмическим спиралям закручены многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит Солнечная система



Улитка

Улитка является органом,
воспринимающим звук, в котором
самой природой заложена
ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ!

Человеческое ухо – это маленькое чудо!

Траектории насекомых
летающих на свет также
описывают
логарифмическую
спираль.



Логарифмическая спираль единственная из спиралей
не меняет своей формы при увеличении размеров.

Видимо, это свойство и послужило причиной того, что в
живой природе логарифмическая спираль встречается
чаще других.

Нотная грамота и язык логарифмов

Изгиб гитары желтой
Ты обнимаешь нежно
Струна осколком эха,
Пронзит тугую высь
Качнётся купол неба,
Большой и звёздно-снежный
Как здорово, что все мы здесь
Сегодня собрались

Am



Dm



E7



Am

Dm⁶

Из-гиб ги-та-ры жёл той_ты об-ни-ма-ешь неж но_Стру - на ос-кол-ком э ха_ прои

G7



C



A7



Dm



G7



C



нит ту-гу - ю высь_ Кач - нёт-ся ку-пол не - ба_ боль-шой и звезд-но_снеж ный. Как

Dm



Am



E7



F



E7



Am



здо-ро- во,_ что всемы здесь се - под-ня со-бра лись_

Нотная грамота и язык логарифмов

1 октава

$$\text{do} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 0/12$$

$$\text{re} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 1/12$$

$$\text{mi} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 4/12$$

$$\text{fa} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 5/12$$

$$\text{sol} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 7/12$$

$$\text{la} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 9/12$$

$$\text{si} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 1 + 11/12$$

2 октава

$$\text{do} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 0/12$$

$$\text{re} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 1/12$$

$$\text{mi} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 4/12$$

$$\text{fa} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 5/12$$

$$\text{sol} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 7/12$$

$$\text{la} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 9/12$$

$$\text{si} - \text{Log}_2 N_{\text{pm}} = 2 + 11/12$$

Выводы:

- 1) Рассмотрели вариативность свойств логарифмов
- 2) Подробно узнали о роли логарифмов в музыке
- 3) Познакомились с видами логарифмических спиралей, рассмотрели её свойства на наглядном примере;
- 4) С помощью специальных формул перевели нотную грамоту музыкального произведения О. Митяева «Изгиб гитары желтой» на язык логарифмов.

Источник: [<http://www.myshared.ru/slide/473512/>]