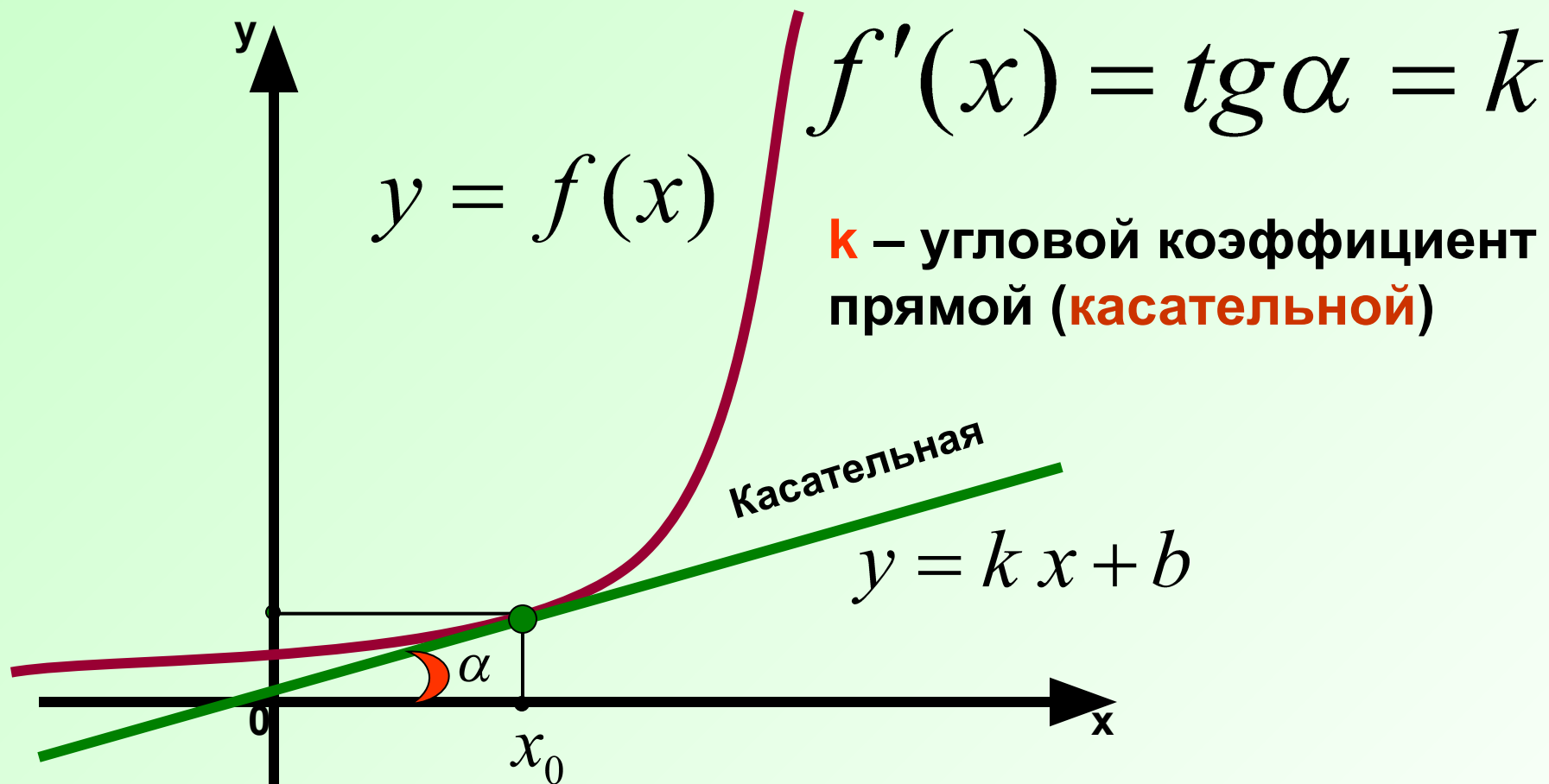




Геометрический смысл производной

11 класс

2013 год



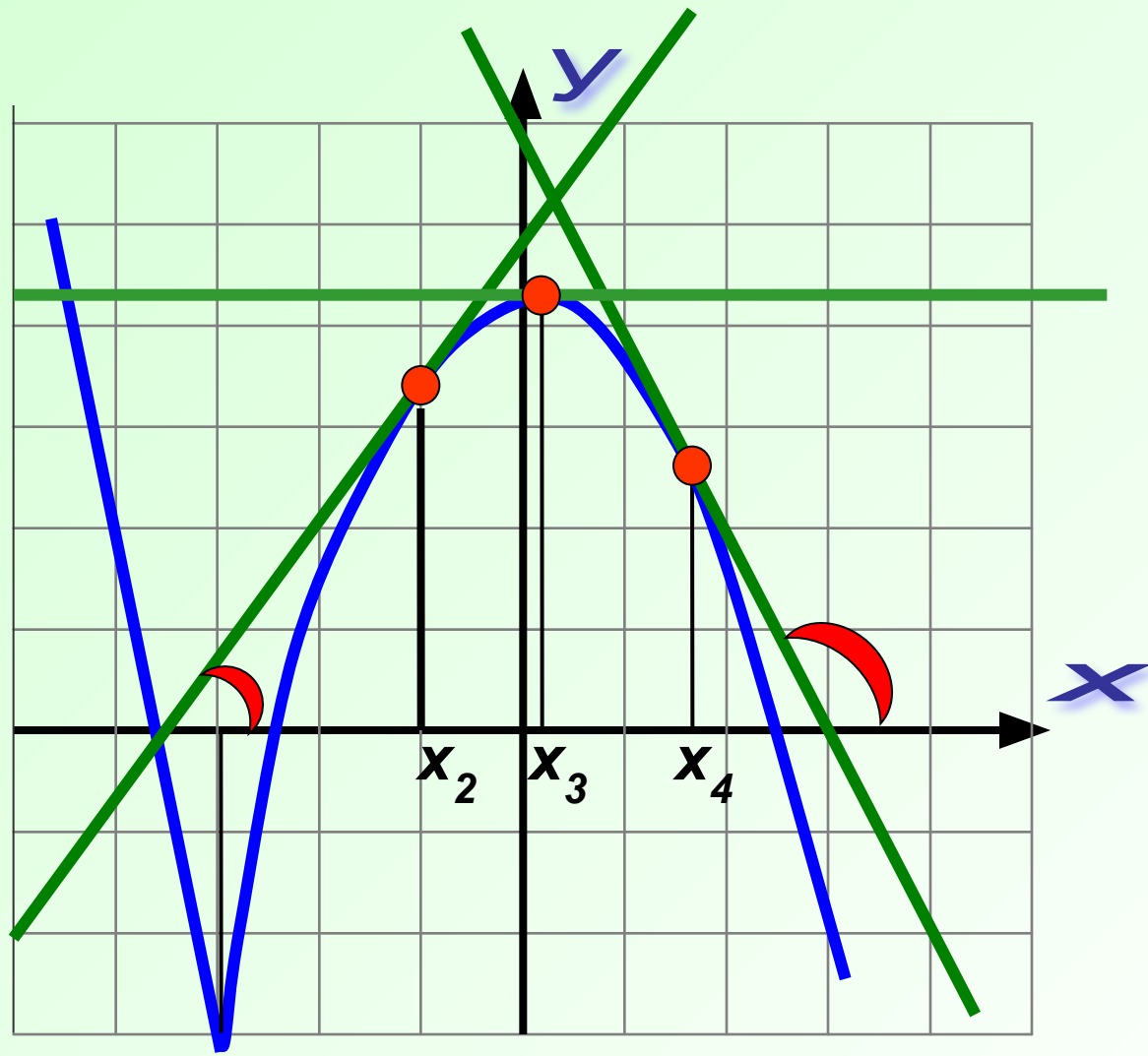
Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

$$\alpha > 90^\circ \Rightarrow k < 0$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow k > 0$$

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow k = 0$, касательная параллельна OX

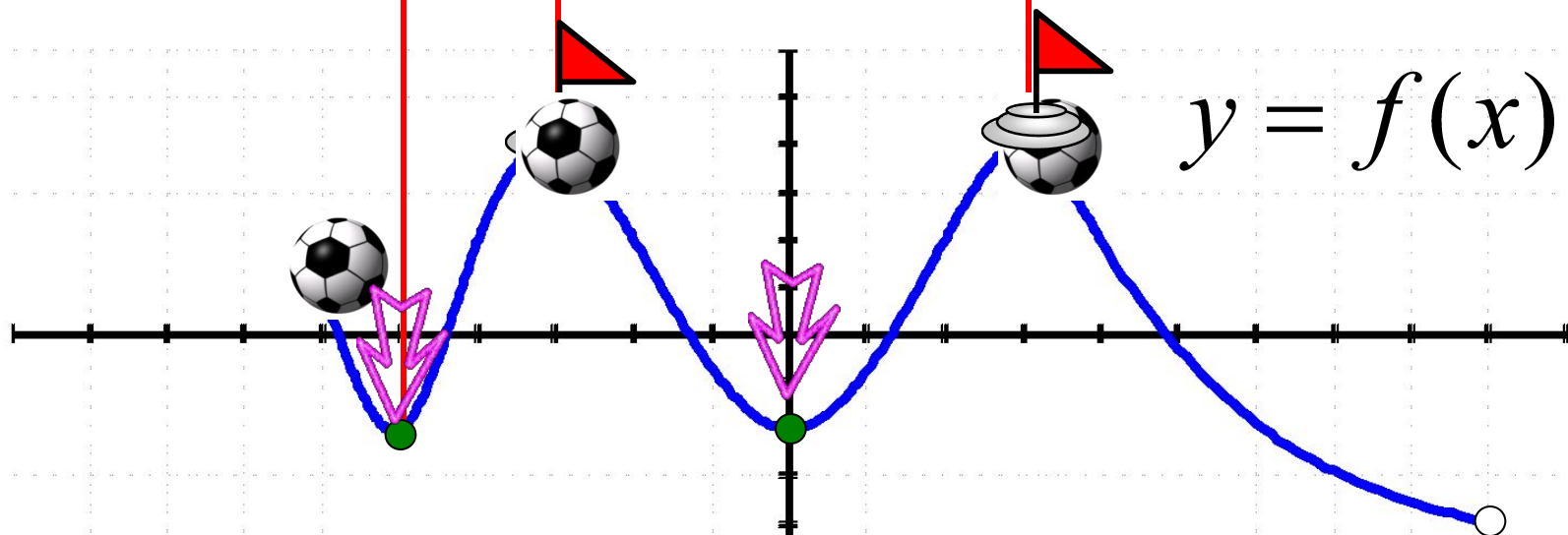
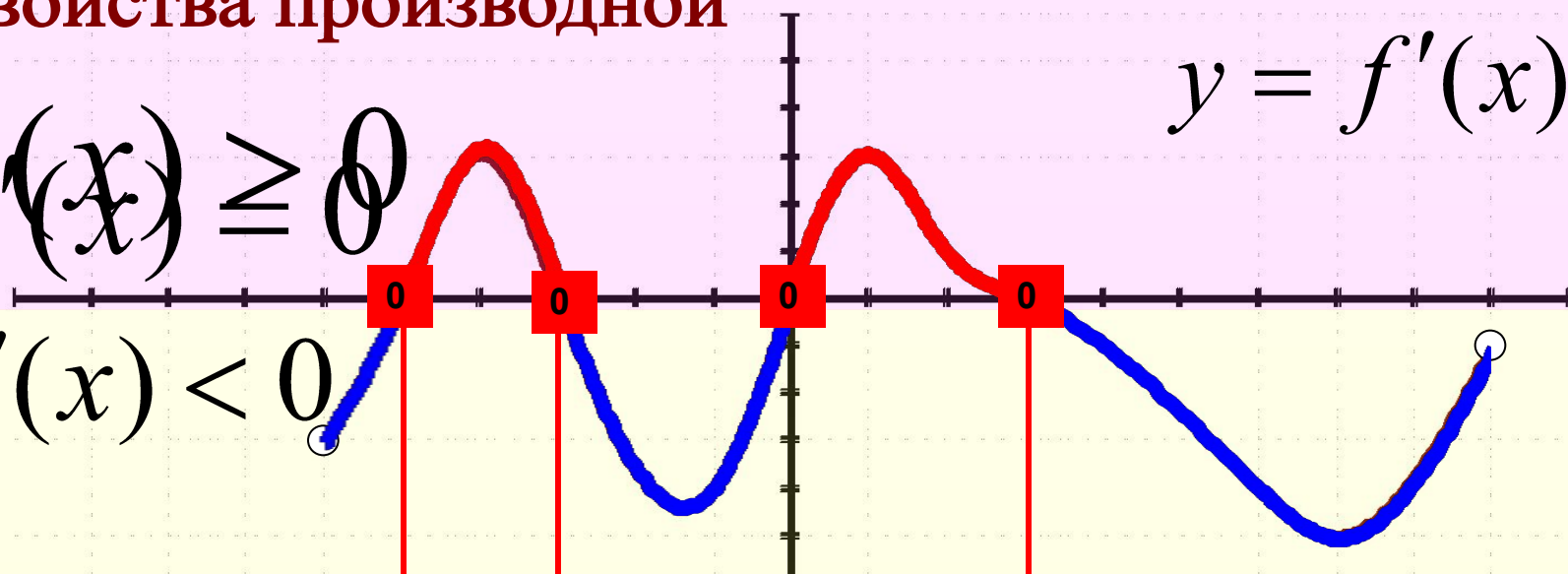


Свойства производной

$$f'(x) \geq 0$$

$$f'(x) < 0$$

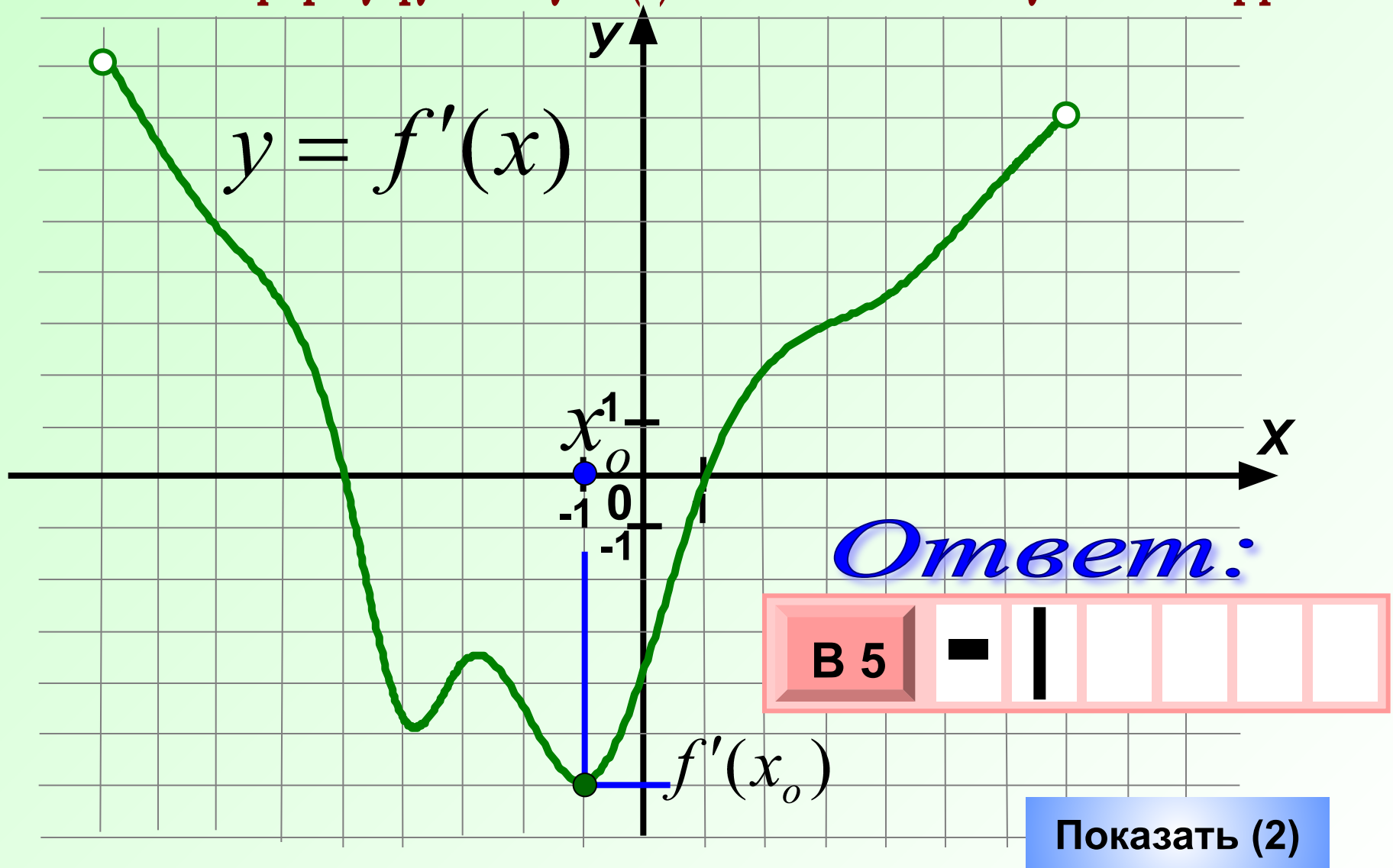
$$y = f'(x)$$



Поведение функции: ~~экстремумы~~

Показать (6)

Задание №1 Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наименьший угловой коэффициент

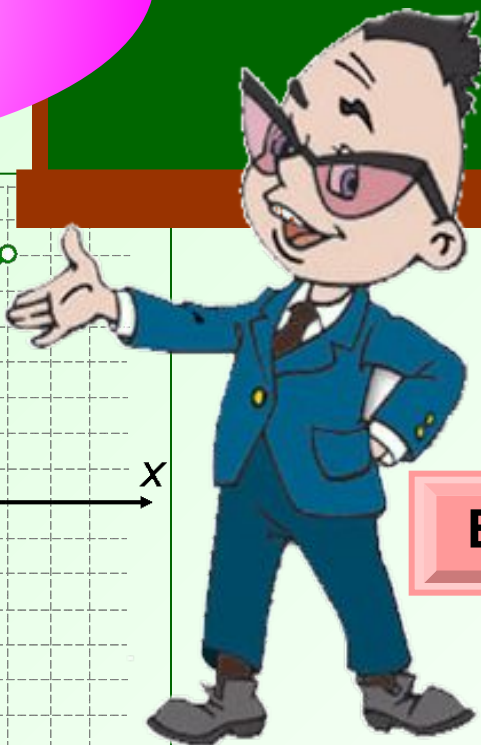
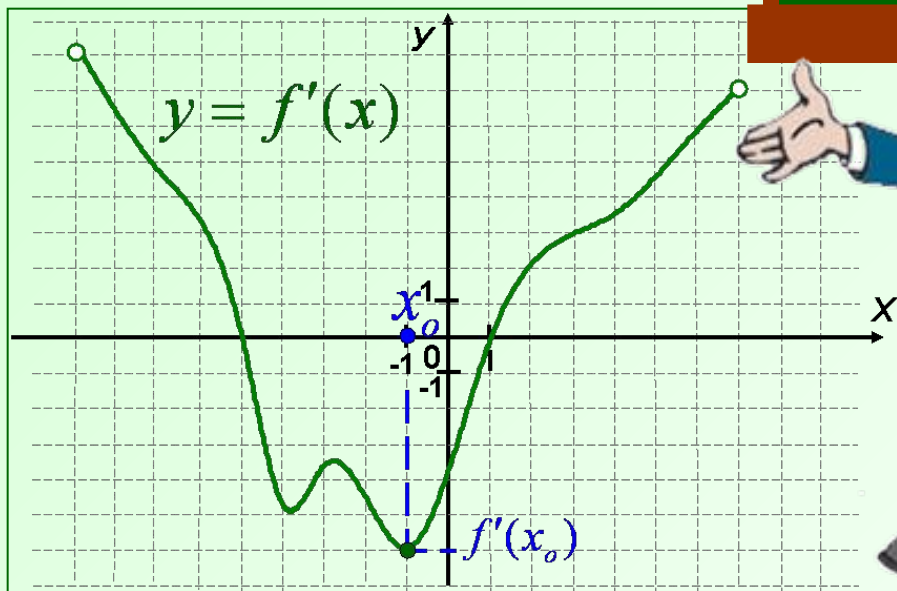


$$k = f'(x_0)$$



наименьший

Ищу наименьшее
значение
производной



Ответ:

В 5

—

|

|

|

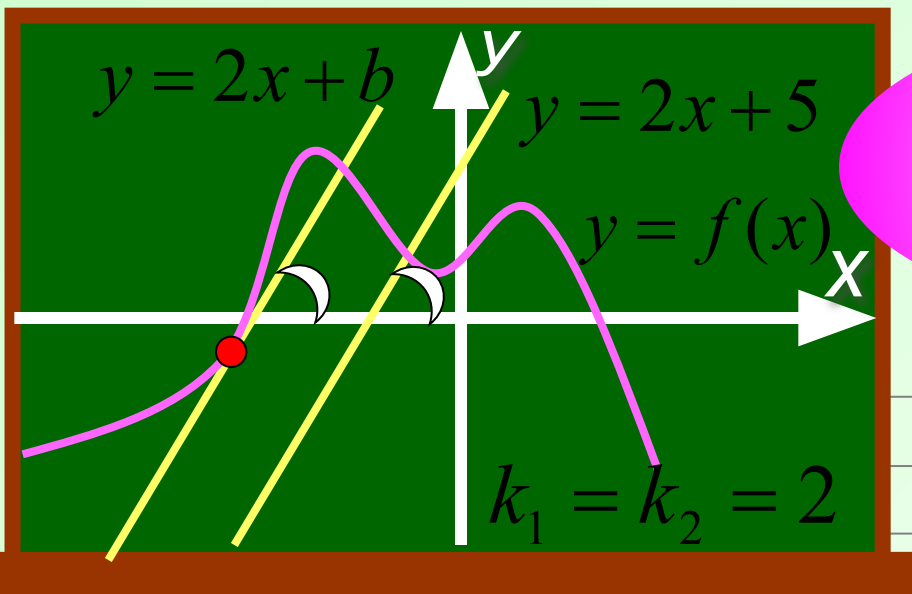
|

|

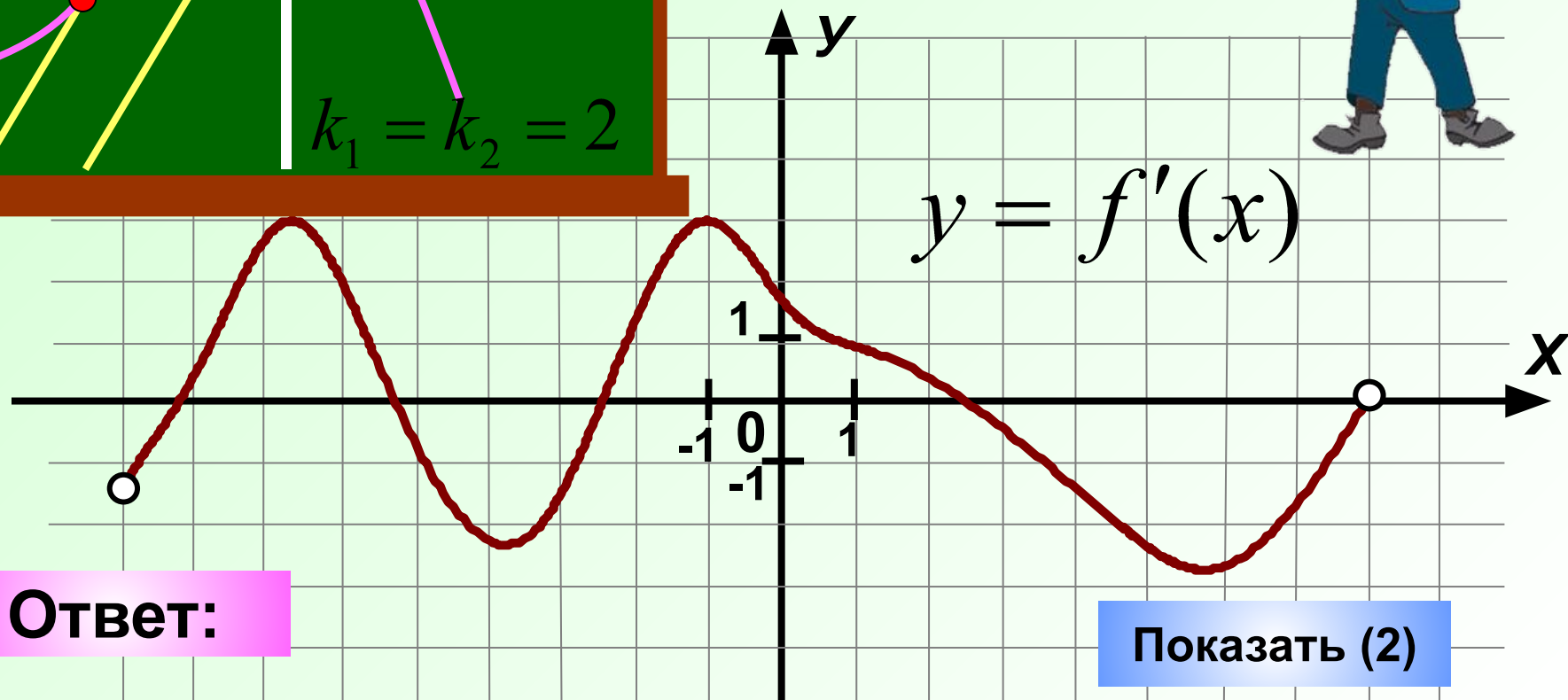
|

Показать (2)

К графику функции $y = f(x)$ провели все касательные параллельные прямой $y = 2x + 5$ (или совпадающие с ней).
Укажите количество точек касания.

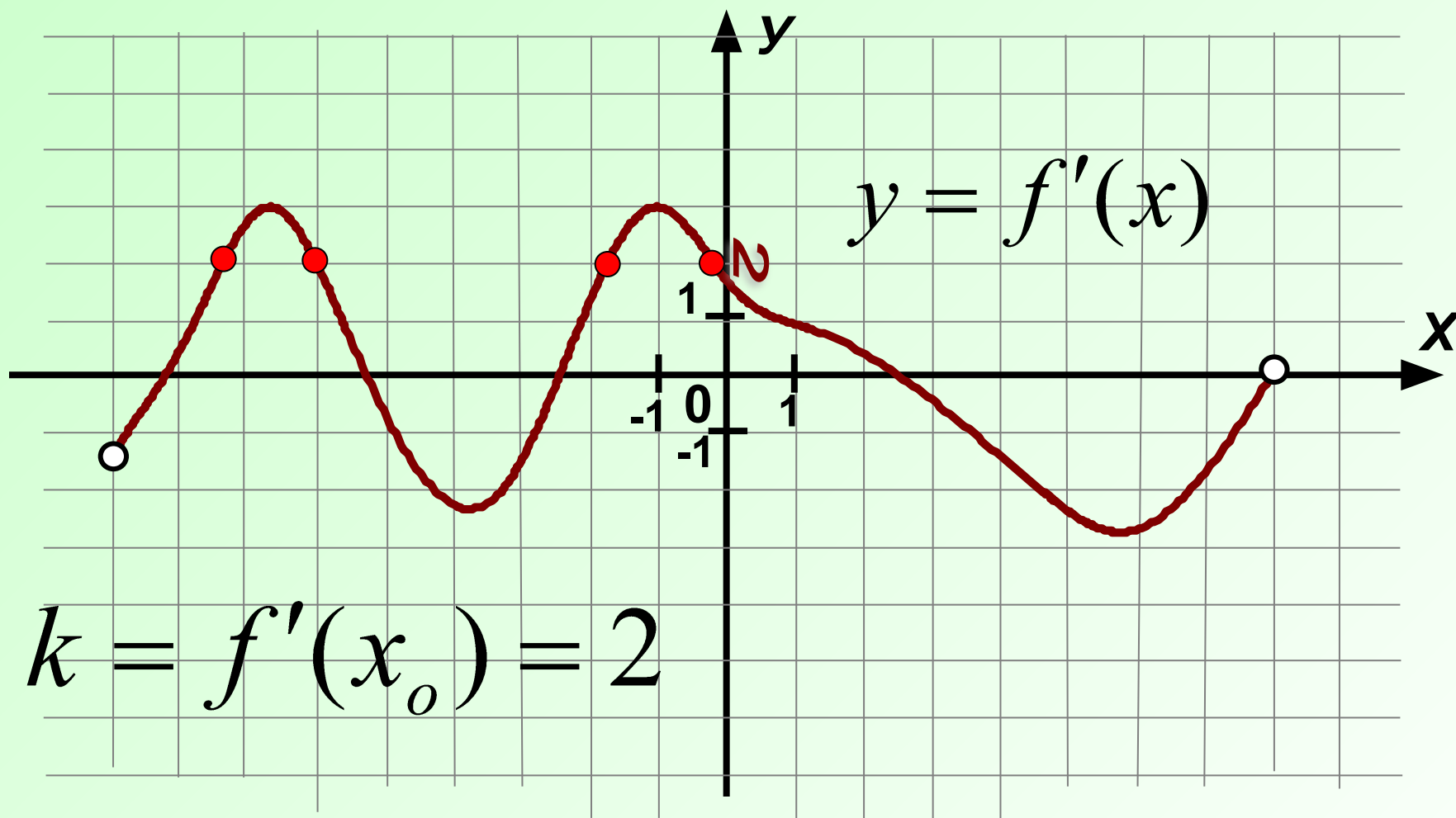


Так как $k = f'(x_0) = 2$, то
считаю точки, в
которых производная
принимает значения 2



Ответ:

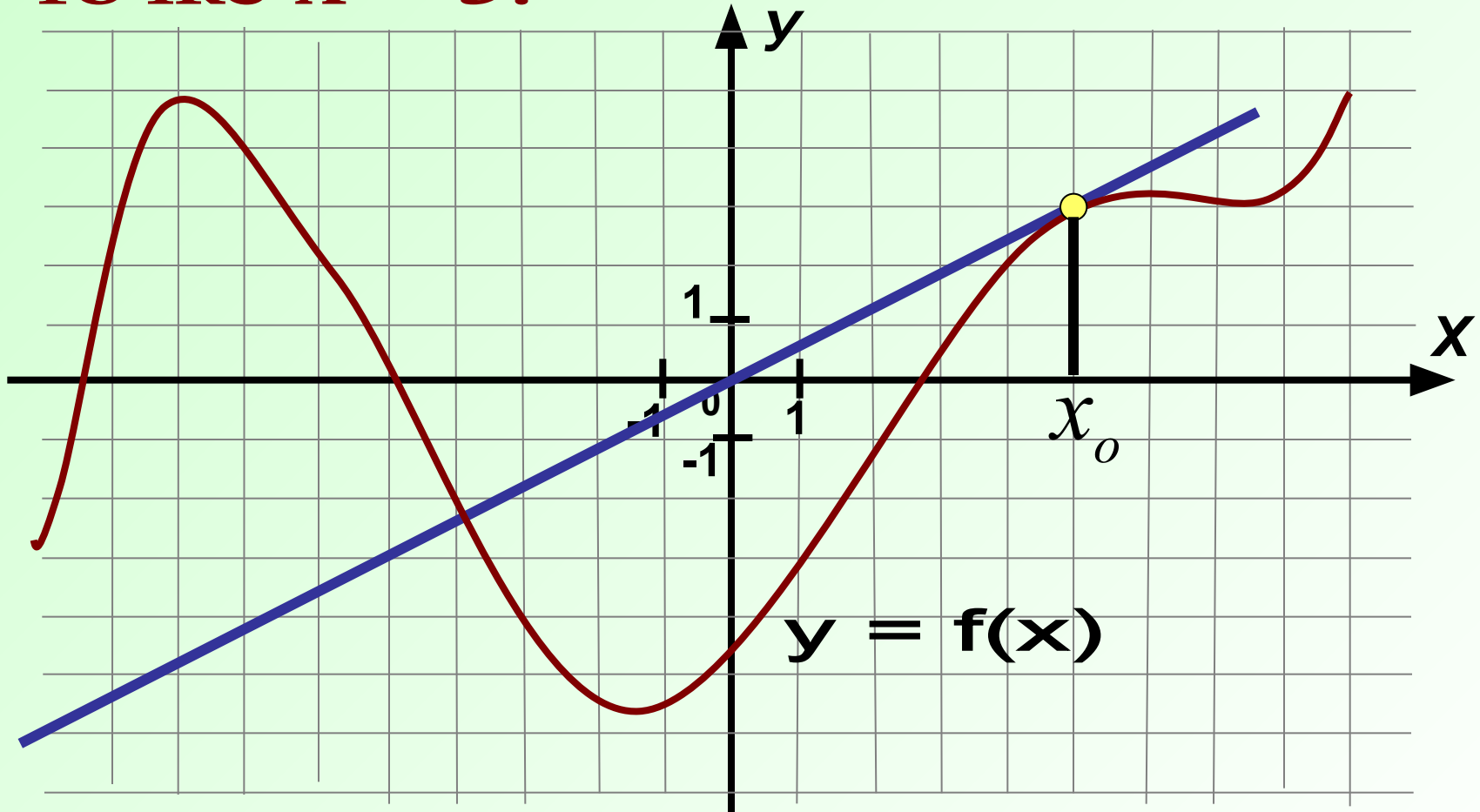
Показать (2)



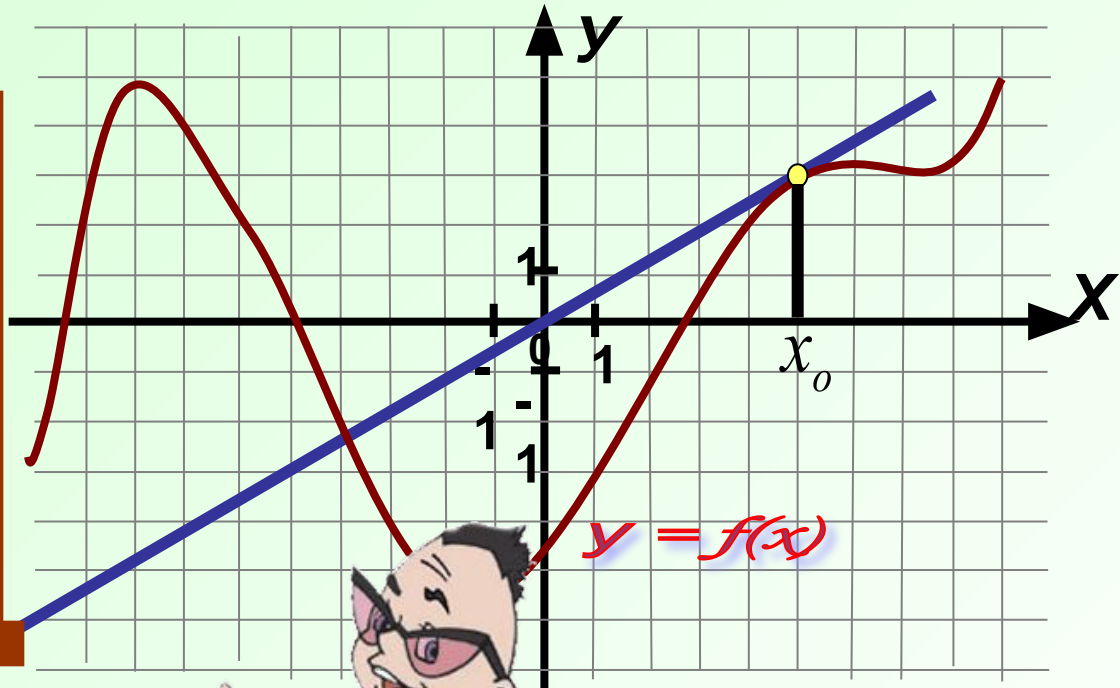
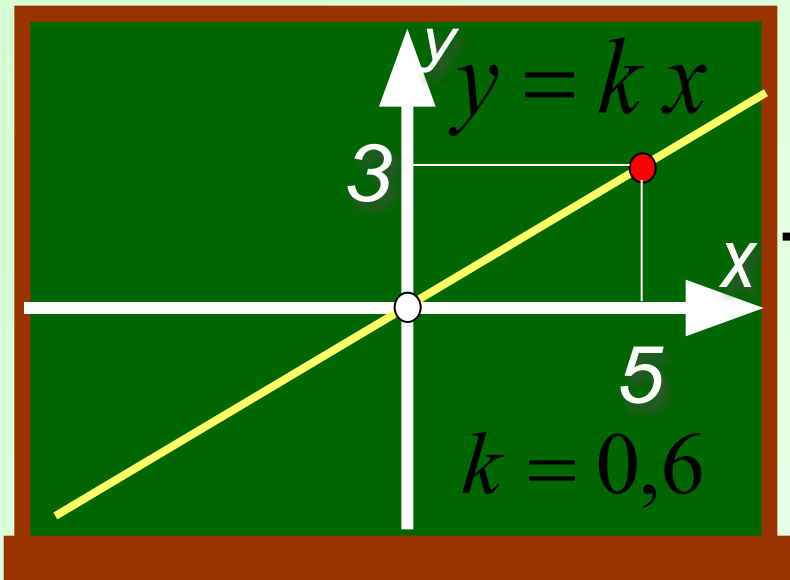
Ответ:

В 5	4					
-----	---	--	--	--	--	--

Задание №3: Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции $y = f(x)$. Найдите производную функции в точке $x = 5$.



Задание №3: Прямая, проходящая через начало координат касается графика функции $y = f(x)$. Найдите производную функции в точке $x = 5$.



Производная функции в точке $x = 5$ – это производная в

В 5

0

,

6

касательной.



Рассуждение (3)

Задание №4: К графику функции $y = f(x)$ провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси OX . На рисунке изображен график производной функции. Укажите количество точек касания.

α — угол наклона

касательной к оси OX :

$$\operatorname{tg} \alpha = k = f'(x_0)$$

$$\operatorname{tg} 135^\circ = -1 = f'(x_0)$$

Ответ:

В 5

4

Рассуждение
(2)



Задание №5: По графику производной функции
указать наибольшую длину промежутка возрастания функции $y = f(x)$.

$y = f(x)$ возрастает,

если $f'(x) \geq 0$

$y = f(x)$ убывает,

если $f'(x) < 0$

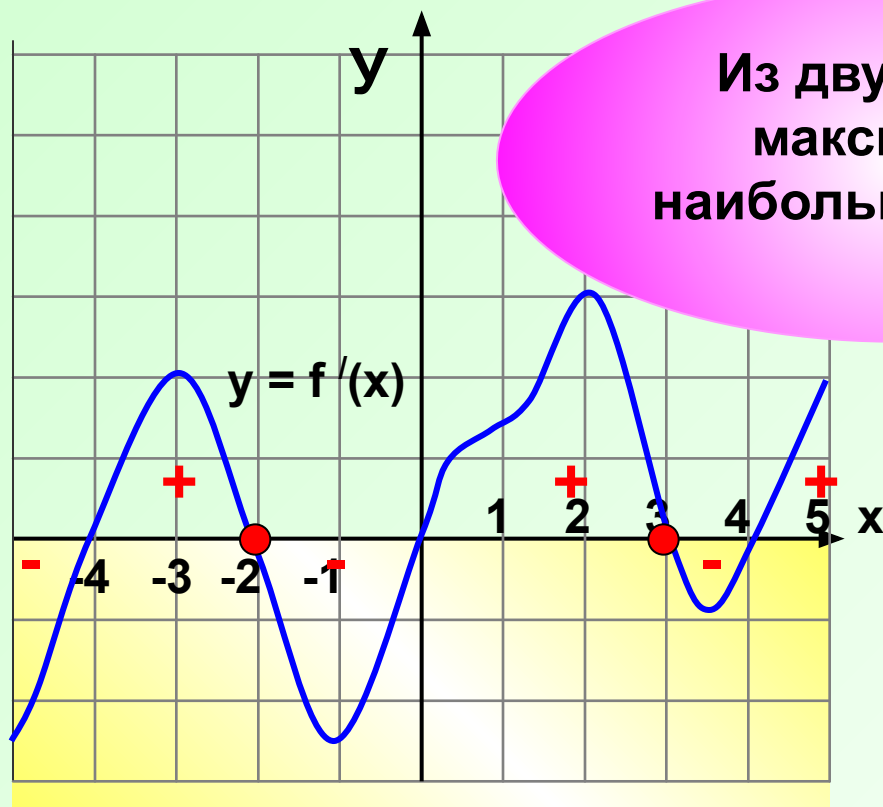
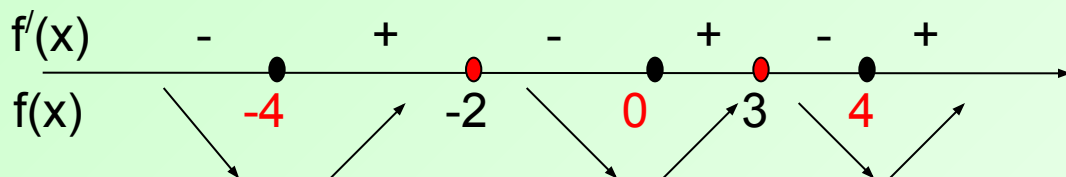
Ответ:

В 5

7



Задание №6: По графику производной функции
указать наибольшую точку максимума функции $y = f(x)$.



Из двух точек
максимума
наибольшая $x_{\max} =$
3



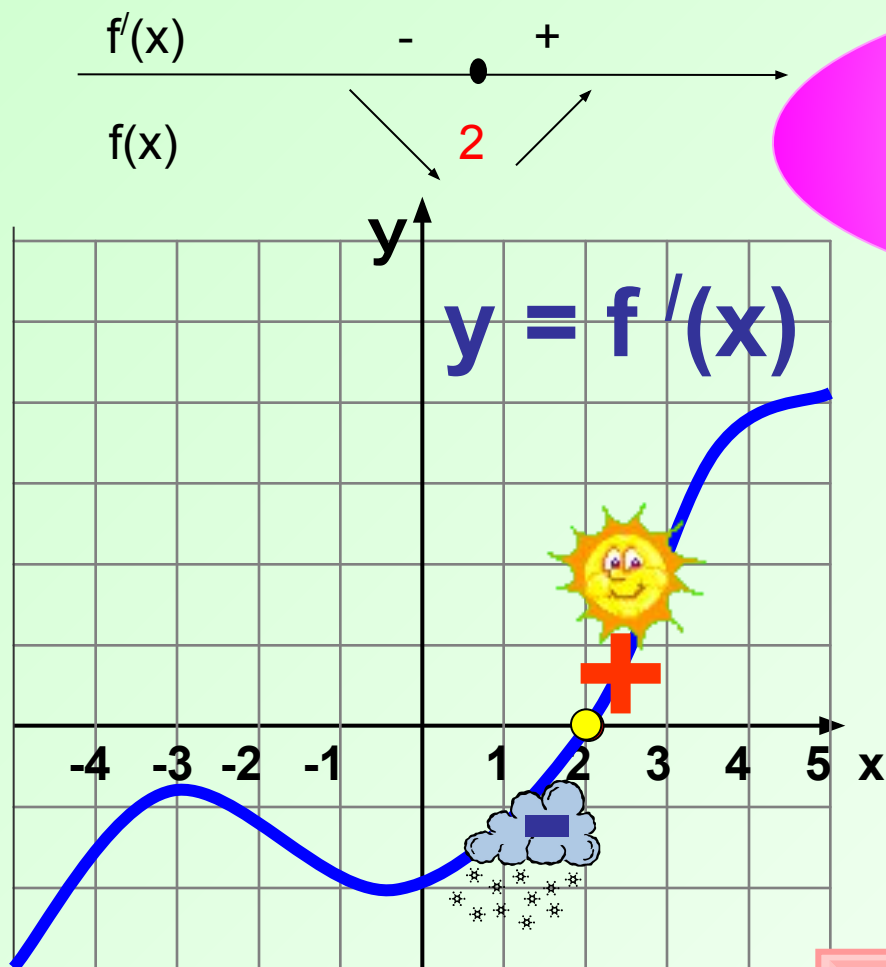
Ответ:

В 5

3

--	--	--	--	--

Задание №7: По графику производной функции определите значение x , при котором функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.



$x_{\min} = 2$ - единственная
В этой точке функция
 $y = f(x)$ примет
наименьшее значение



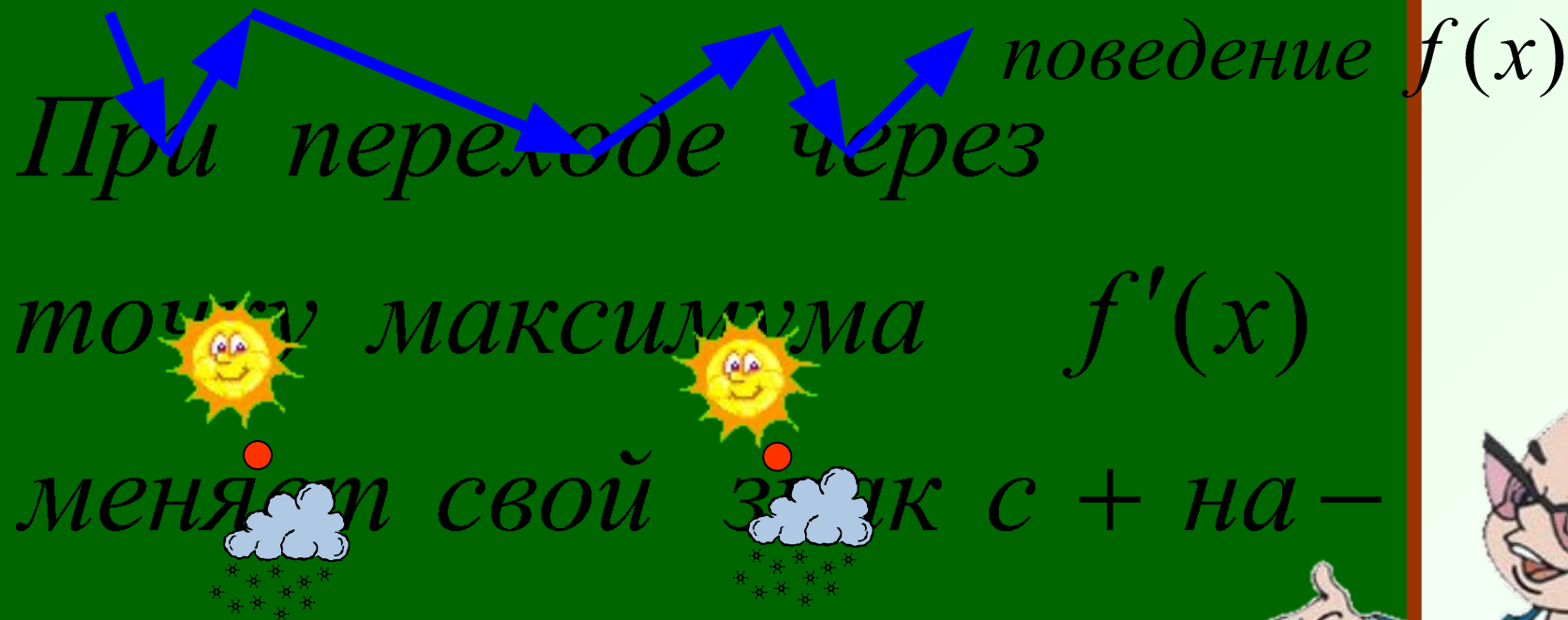
Ответ:

В 5

2

Задание №8: По графику производной функции
указать количество точек максимума функции $y = f(x)$.

поведение $f(x)$
При переходе через
точку максимума $f'(x)$
меняет свой знак с $+$ на $-$



Ответ:

В 5

2



Задание №9: Найдите значение производной функции в точке касания

Ответ:

В 5

0

,

5

$$f'(a) = \operatorname{tg} \alpha$$

α — угол наклона

касательной к

положительному

направлению оси Ox

α



Задание №10: Найдите значение производной функции в точке касания

ОТВЕТ

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



Ответ:

$y = p(x)$

В 5

-

0

,

5

Задание №11: Используя график производной функции, найдите значение функции $y=f(x)$ в точке $x = 2$, если $f(5) = 0$

$$f(x) = -3x + C$$

$$f(5) = 0$$

$$0 = -3 \cdot 5 + C$$

$$C = 15$$

$$f(2) = -3 \cdot 2 + 15 = 9$$

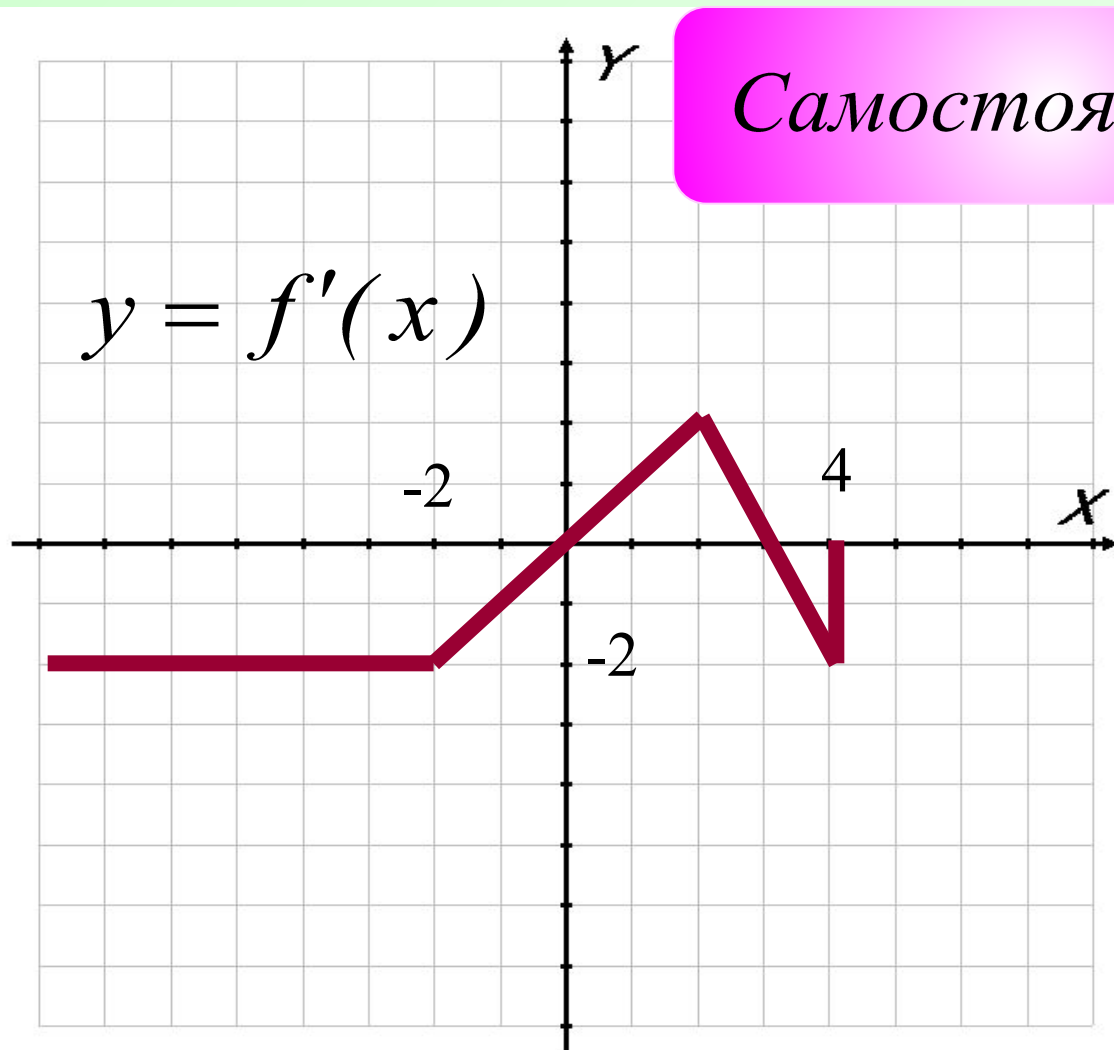


Ответ:

В 5

9

Задание №12: Используя график производной функции, найдите значение функции $y=f(x)$ в точке $x = -3$, если $f(-5) = 0$



Самостоятельно



Ответ:

В 5

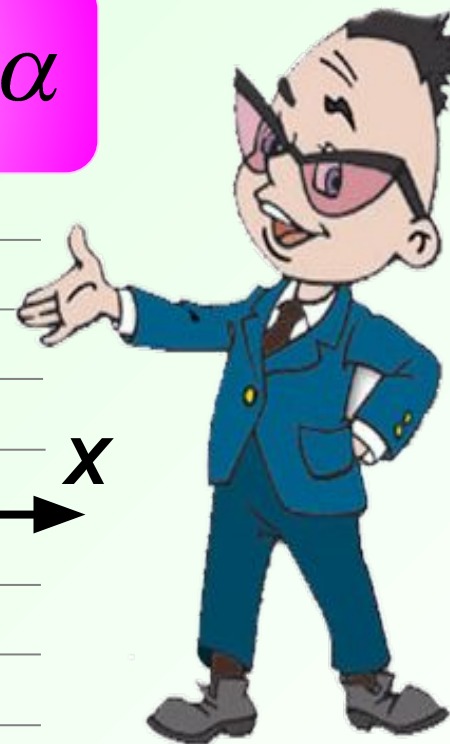
-

4

Задание №13: По графику производной функции определить величину угла (в градусах) между положительным направлением оси OX и касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $x = -3$

$$y = f'(x)$$

$$f'(-3) = 1 = \operatorname{tg} \alpha$$



Ответ:

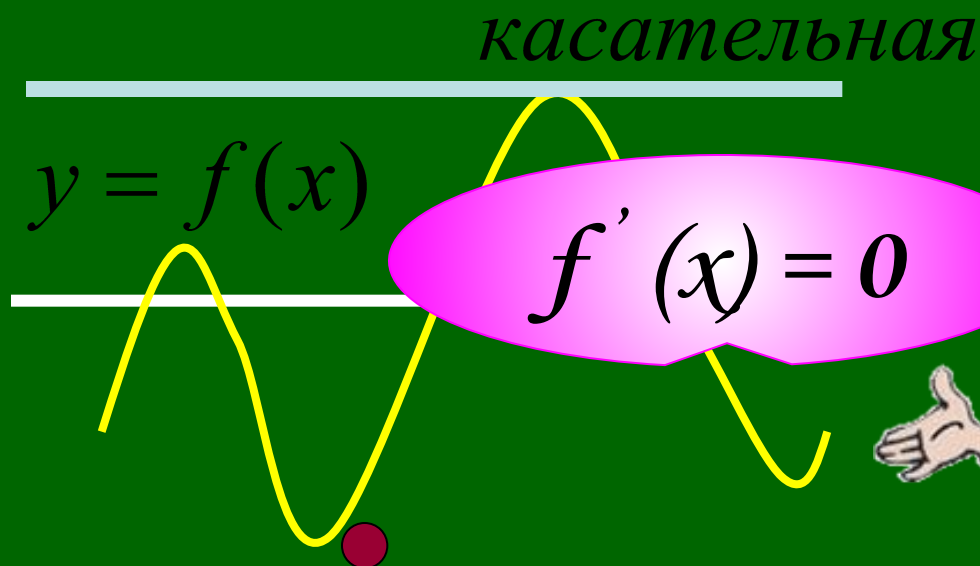
В 5

4

5

Показать (2)

Задание №14: По графику производной функции определить наименьшую абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс



$$\alpha = 0,$$

Ответ:

2

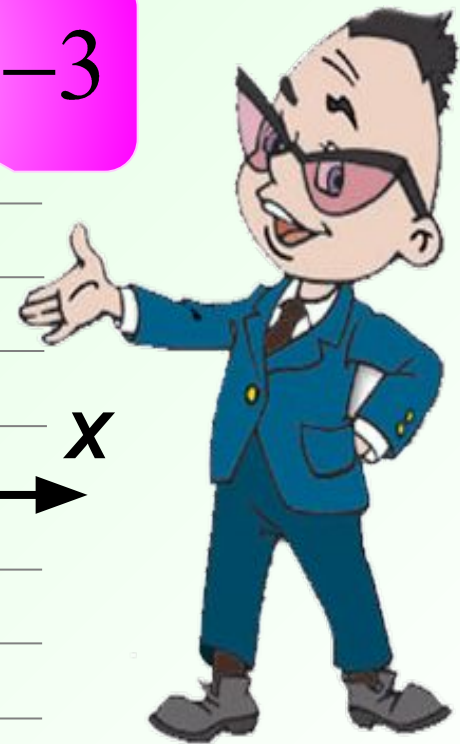
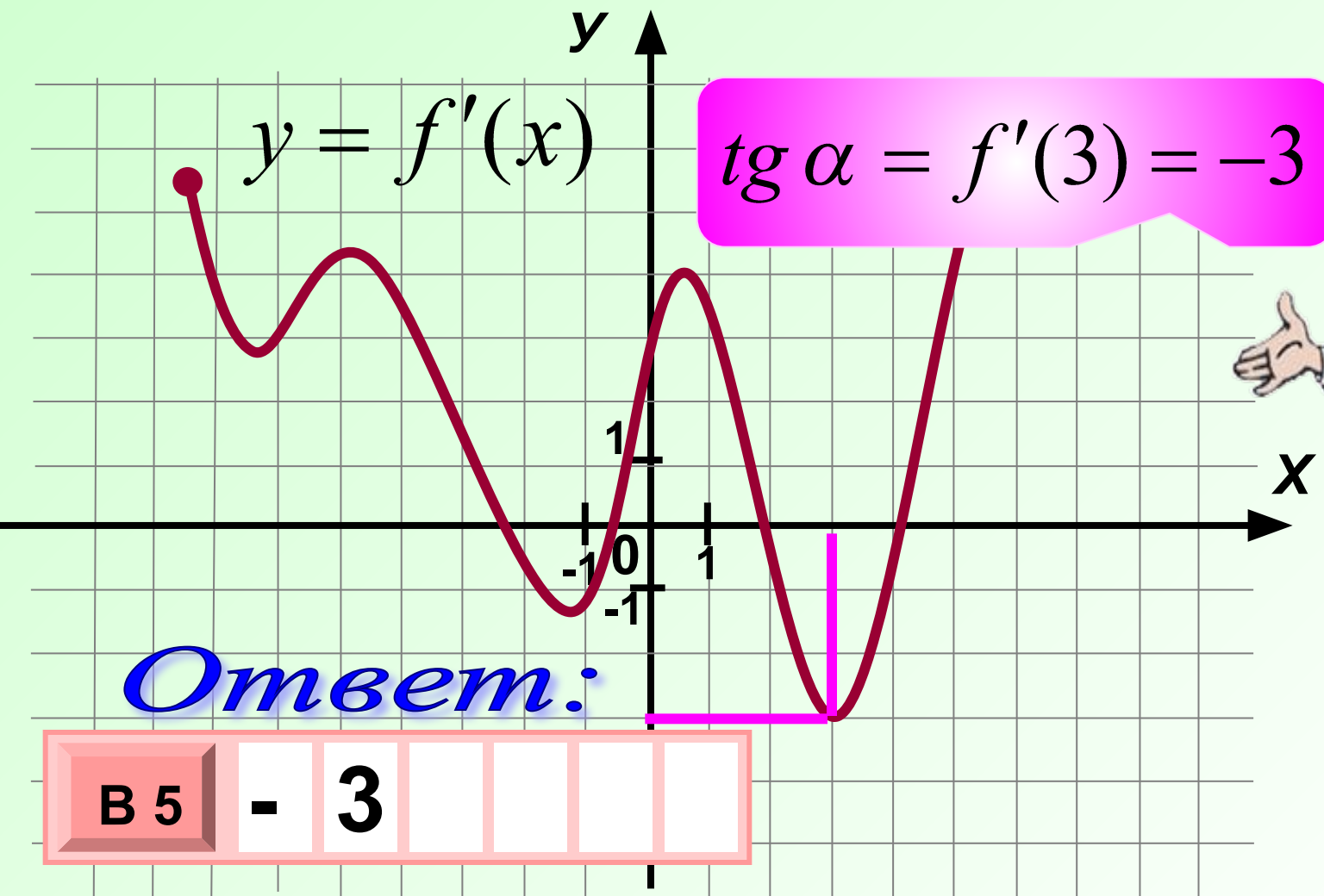
$$= \operatorname{tg} 0$$

В 5

2



Задание №15: По графику производной функции
определить тангенс угла наклона
касательной к графику функции $y = f(x)$
в точке с абсциссой $x = 3$



Задание №16: По графику производной функции укажите количество касательных к графику функции $y = f(x)$, расположенных под углом 60° градусов к оси абсцисс

α — угол наклона

касательной к оси OX :

$$\operatorname{tg} \alpha = k = f'(x_0)$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \approx 1,7 = f'(x_0)$$

Ответ:

В 5

4

Рассуждение
(2)

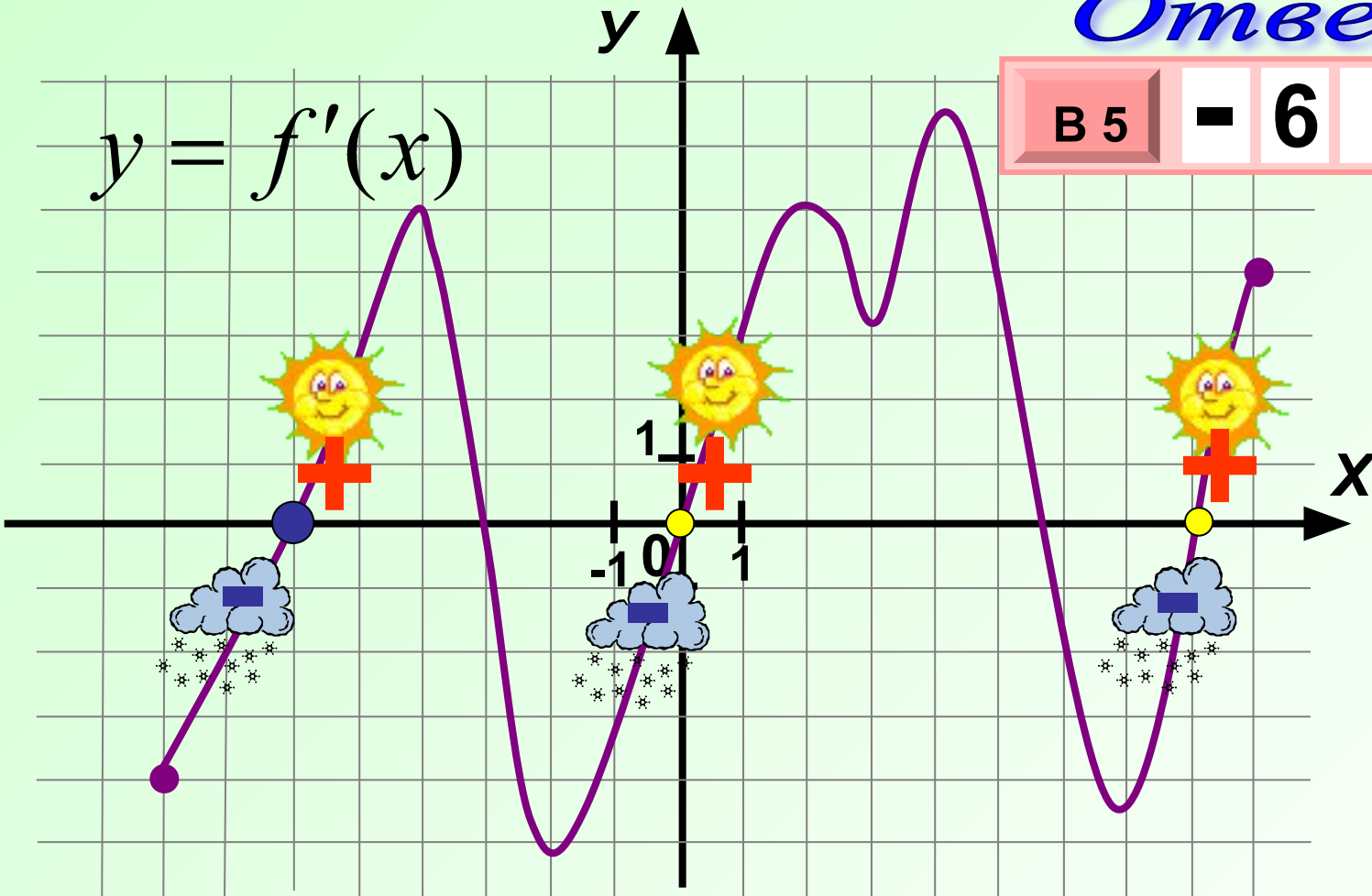


Задание №17: По графику производной функции определите наименьшее из тех значений x , в которых функция $y = f(x)$ имеет минимум.

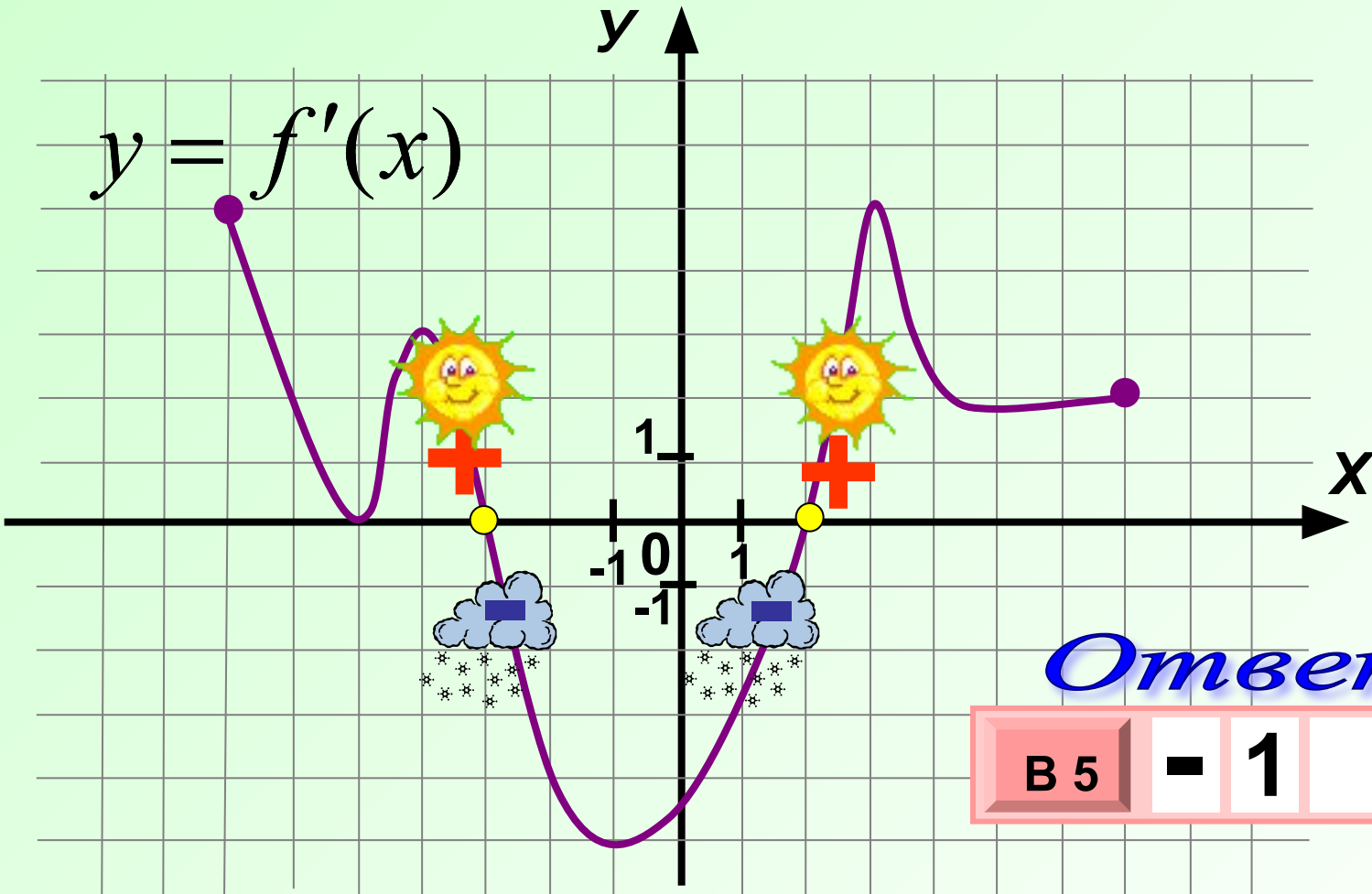
Ответ:

В 5

- 6



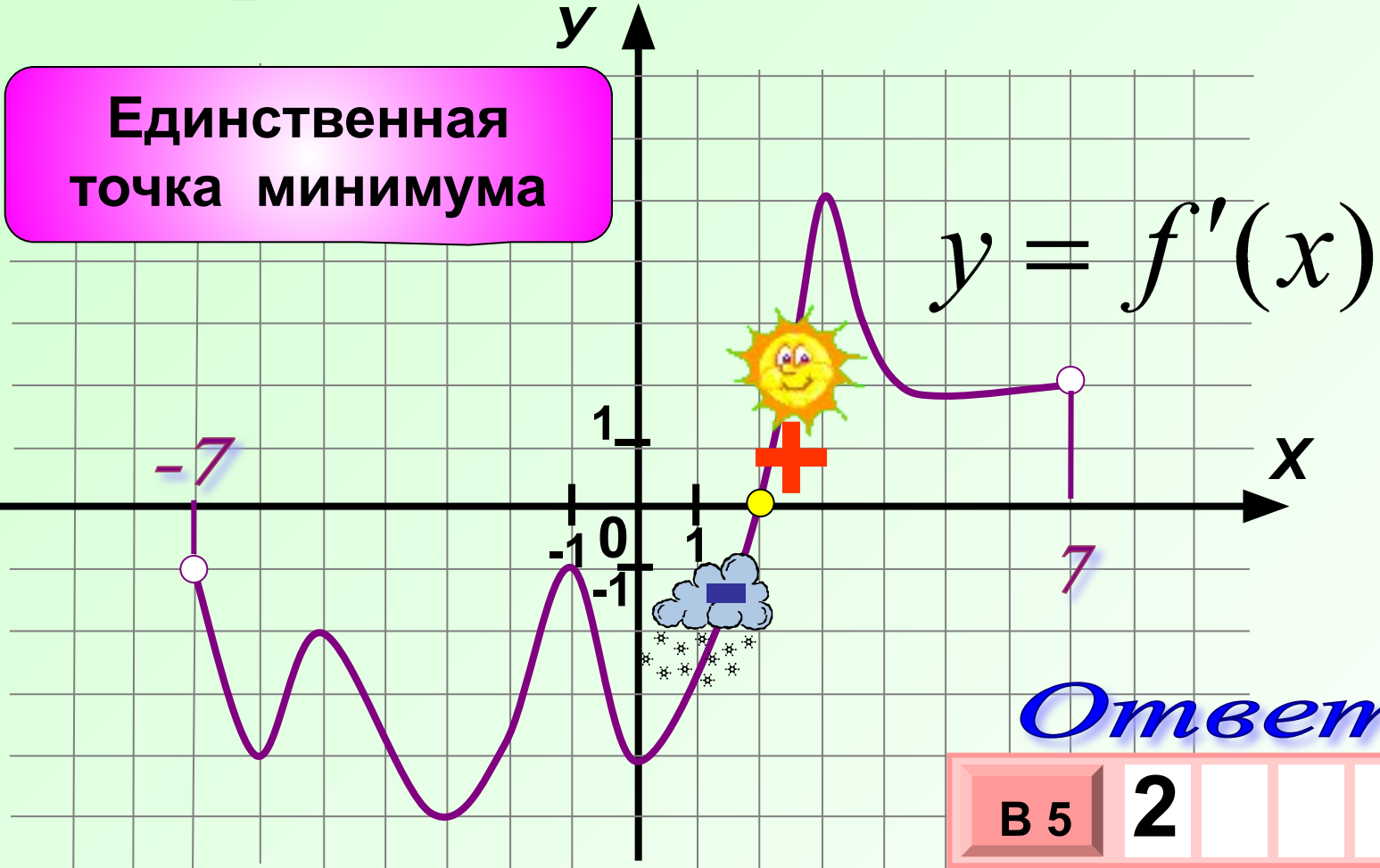
Задание №18: По графику производной функции определите сумму абсцисс точек экстремумов функции $y = f(x)$



Ответ:

В 5	-	1				
-----	---	---	--	--	--	--

Задание №19: По графику производной функции определите значение x , при котором функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-7; 7]$



Ответ:

В 5	2				
-----	---	--	--	--	--

Задание №20 Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наибольший угловой коэффициент

