



Тригонометрические уравнения

10 класс

Девиз : « Не делай никогда того, чего не знаешь , но
научись всему, что следует знать»

Пифагор

С помощью тригонометрической окружности найти все значения из промежутка $[-2\pi; 2\pi]$ для следующих выражений

$$\arccos \frac{1}{2}$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$$

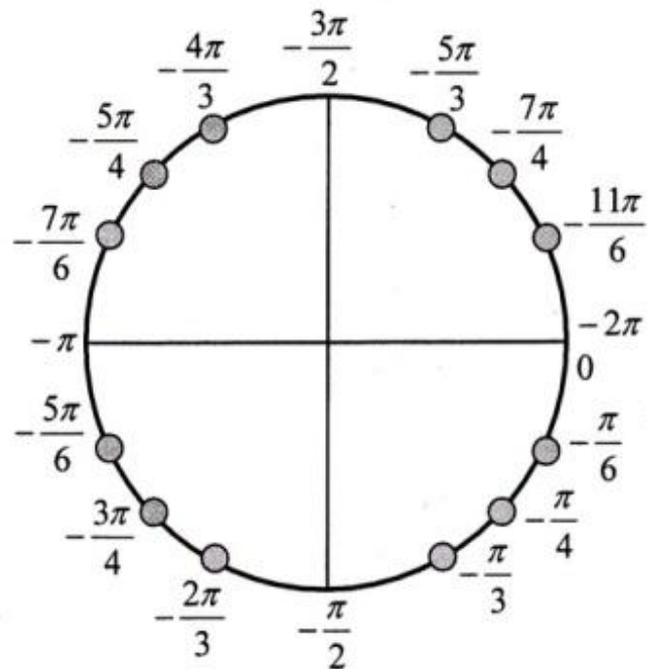
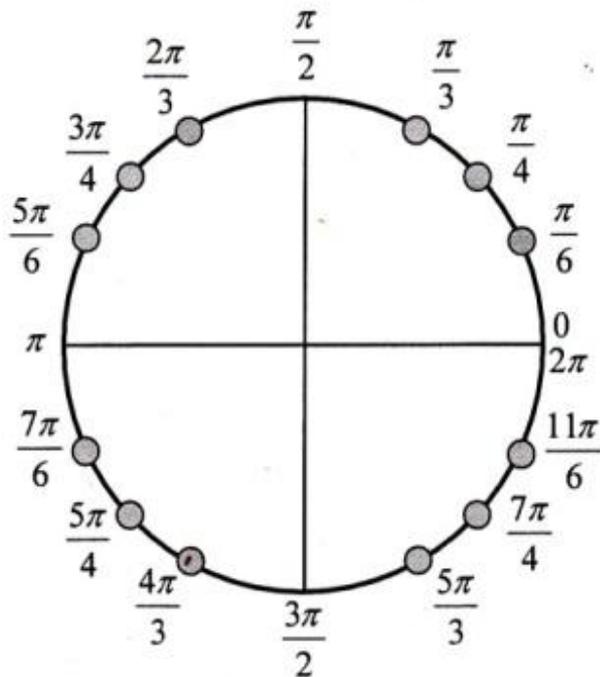
$$\arccos 1$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arcsin 0,$$

$$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right).$$

$$\arccos \frac{-\sqrt{2}}{2}$$



Верно ли равенство

$$a) \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3};$$

$$z) \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{11\pi}{6};$$

$$б) \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4};$$

$$д) \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}.$$

$$e) \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{6};$$

$$e) \operatorname{arctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}.$$

Имеет ли смысл выражение:

а) $\arccos\left(-\frac{5}{7}\right)$; б) $\arcsin 2$;

в) $\arcsin(\sqrt{2} - 1)$; г) $\arccos\sqrt{3}$;

д) $\operatorname{arctg} 5$; е) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$

Определение.

- Уравнения вида $f(x) = a$, где a – данное число, а $f(x)$ – одна из тригонометрических функций, называются простейшими тригонометрическими уравнениями.

Уравнение $\cos t = a$

- а) при $-1 < a < 1$ имеет две серии корней

$$t_1 = \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = -\arccos a + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

- б) при $a = 1$ имеет одну серию решений

$$t = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

- в) при $a = -1$ имеет одну серию решений

$$t = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

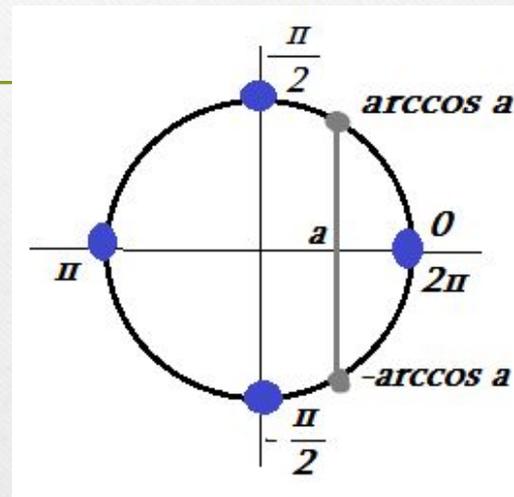
- г) при $a = 0$ имеет две серии корней

$$t_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}. \text{ Обе серии можно записать в одну серию}$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

- д) при $a > 1$ и $a < -1$ уравнение не имеет корней.



Решите уравнение

$$\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$2) \cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Решите уравнение

$$\cos \frac{x}{2} = -1$$

3) $\cos 4x = 1$

$$4x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$
$$x = \frac{2\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

4) $\frac{x}{2} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$x = 2\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решите уравнение

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$5) x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решите уравнение

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

и укажите корни,

принадлежащие

промежутку $[-\pi; -2\pi]$.

а)

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

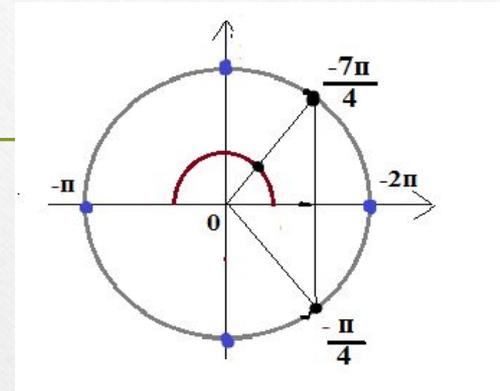
$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

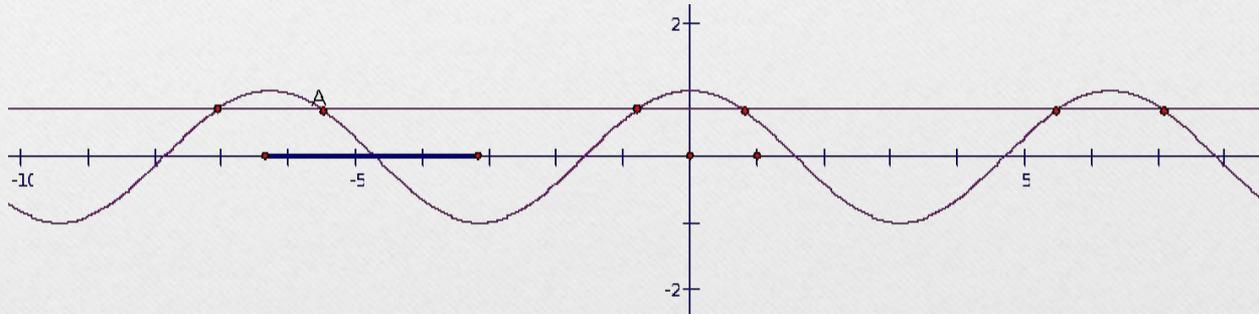
б) сделаем выборку корней, принадлежащих промежутку $[-2\pi; -\pi]$.

1) с помощью окружности

$$x = -\frac{7\pi}{4}$$



2) с помощью графика



Задание 1. Найти корни уравнения:

1) а) $\cos x = 1$ б) $\cos x = -1$ в) $\cos x = 0$

г) $\cos x = 1,2$ д) $\cos x = 0,2$

2) а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

в) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ г) $\cos 2x = 1$

Уравнение $\sin t = a$

- а) при $-1 < a < 1$ имеет две серии корней

$$t_1 = \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Эти серии можно записать так

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$

- б) при $a = 1$ имеет одну серию решений

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

- в) при $a = -1$ имеет одну серию решений

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

- г) при $a = 0$ имеет две серии корней

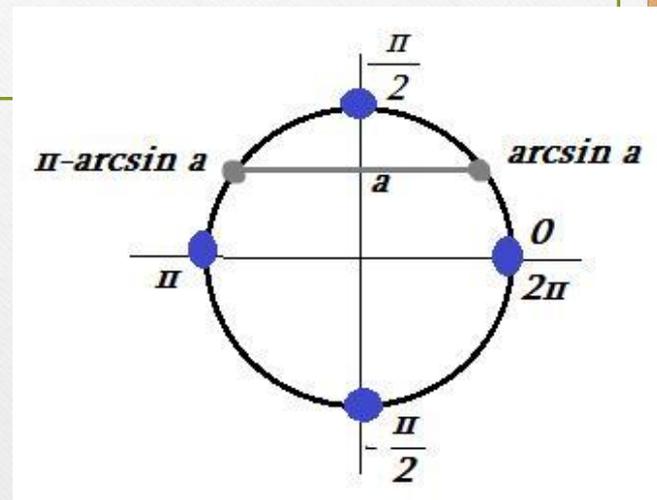
$$t_1 = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$t_2 = \pi + 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

Обе серии можно записать в одну серию

$$t = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

- д) при $a > 1$ и $a < -1$ уравнение не имеет корней.



Решите уравнение

1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x_1 = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \pi - \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решите уравнение

$$2) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_1 = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$$

$$= (-1)^{k+1}$$

Задание 2. Найти корни уравнения:

1) а) $\sin x = 1$ б) $\sin x = -1$ в) $\sin x = 0$

г) $\sin x = 1,2$ д) $\sin x = 0,7$

2) а)

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

в)

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

б)

г)

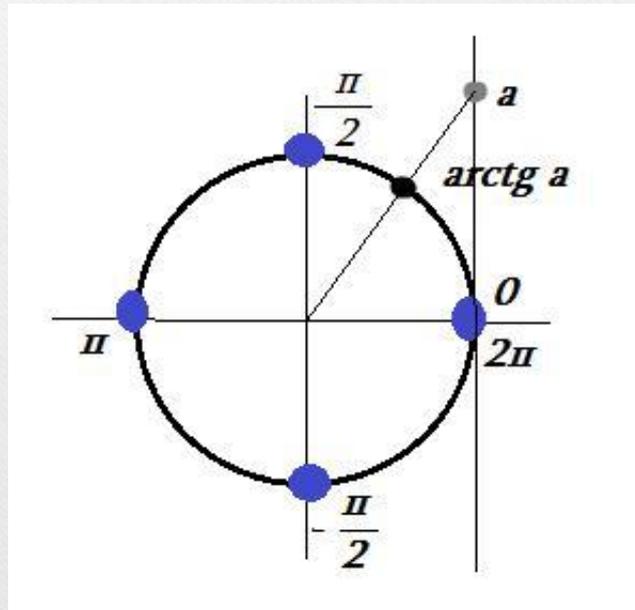
$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 2x = 0$$

Уравнение $\operatorname{tg} t = a$

при любом $a \in \mathbb{R}$ имеет одну серию решений

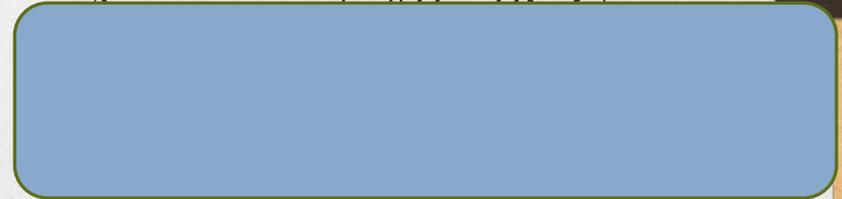
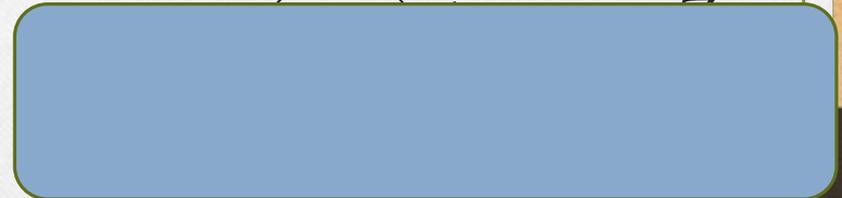
$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$



Решите уравнение

$$\sqrt{3}$$

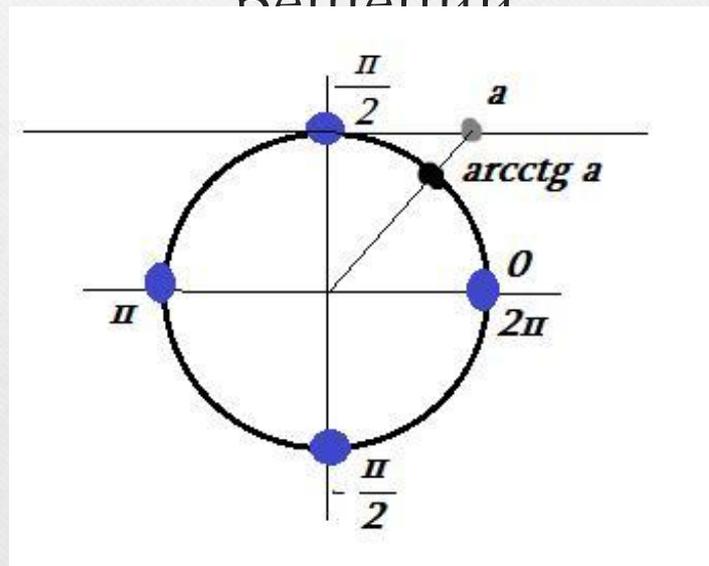
$$2) \quad x = \operatorname{tg} \left(- \frac{\quad}{\sqrt{3}} \right)$$



$$x = \quad + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Уравнение $\operatorname{ctg} t = a$

при любом $a \in \mathbb{R}$ имеет одну серию
решений



Z.

Решите уравнение



$$x = \quad + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$



$$x = \arccos(-1) + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

