

КОМБИНАТОРИКА

Комбинаторика для великих комбинаторов

Кого из литературных
героев называют Великим
комбинатором?





- Остап Бендер — это главный герой романов Ильи Ильфа и Евгения Петрова «Двенадцать стульев» и «Золотой телёнок».

Оста́п Бе́ндер — главный герой романов Ильи Ильфа и Евгения Петрова «Двенадцать стульев» и «Золотой телёнок», «великий комбинатор», «идейный борец за денежные знаки», знавший «четыреста сравнительно честных способов отъёма (увода) денег». Один из самых популярных героев плутовского романа в отечественной литературе.

Сам Бендер представляется как Остап-Сулейман-Берта-Мария-Бендер-бей (в «Двенадцати стульях») и Бендер-Задунайский (в «Золотом телёнке»). В романе «Золотой телёнок» Бендера именуют Остап Ибрагимович.



Почему
Остапа Бендера
называют Великим
комбинатором?

Комбинаторика

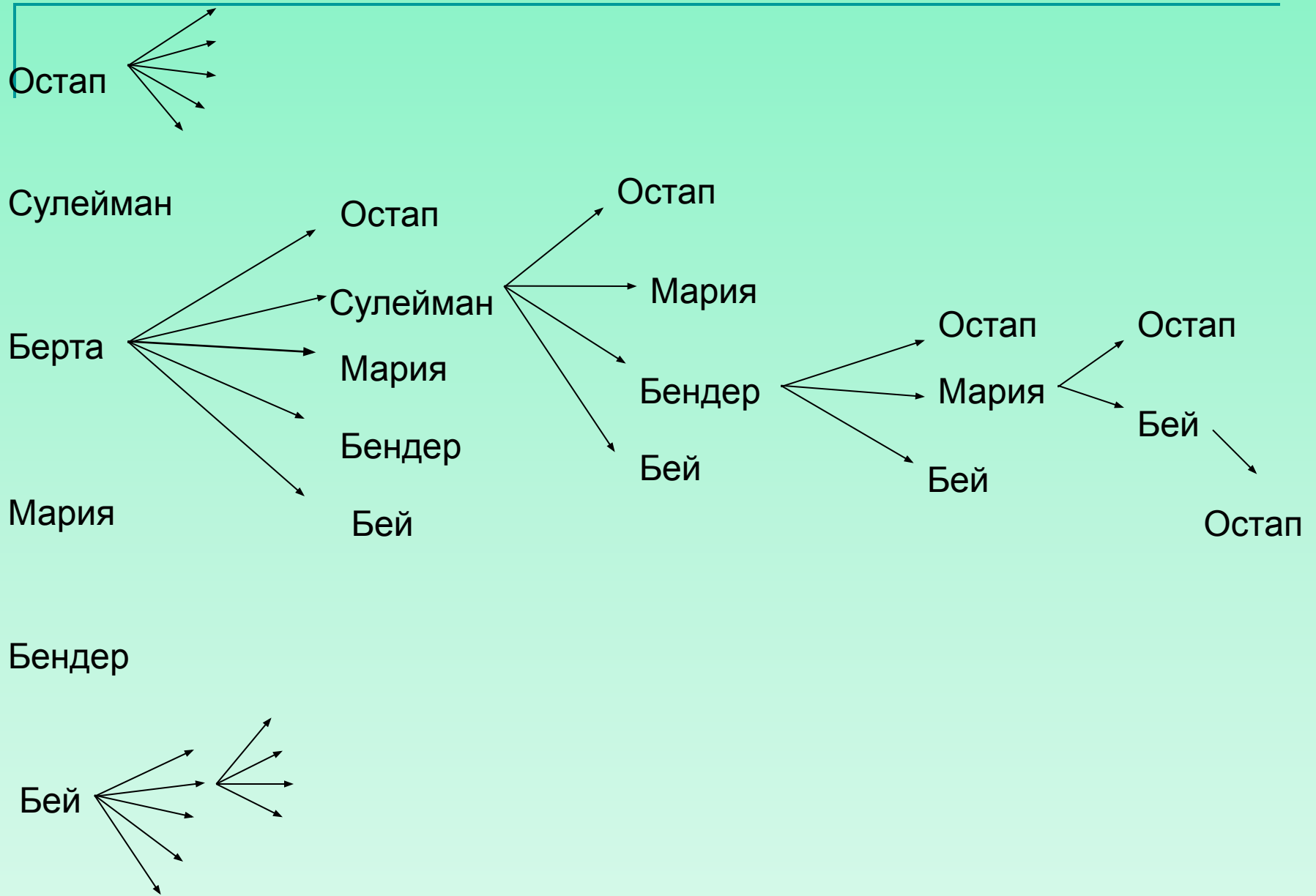
- Термин «комбинаторика» был введён Лейбницем в 1666 году.
- Он происходит от латинского слова «combina», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».
- Комбинаторика - раздел математики, описывающий методы быстрого подсчета количества различных комбинаций заданных объектов.

Перестановки и размещения

Задача 1.

Милиционер плохо запомнил имя преступника, но помнит, что в нем есть Мария, Сулейман, Остап, Берта, Бей и Бендер.

Сколько имен должен написать милиционер, чтобы среди них обязательно оказалось имя «преступника»?





В этом здании
с 31 марта 1931 года
по 1 апреля 1932 года
работал управдомом

ОСТАП-Сулейман-Берта-
Мария-БЕНДЕР-бей

Способы подсчета количества вариантов

1. Метод организованного перебора
2. Таблица (удобно для выбора двух значений из нескольких возможных)
3. Дерево вариантов
4. Граф
5. Формулы для подсчета количества размещений, перестановок и сочетаний

Например, организованный перебор

В задаче о подбрасывании монеты

(O,P,O)

(O,O,O)

(O,O,P)

(P,O,O)

И т.д.

По командам:

Яблоко, апельсин, груша и банан лежат на столе в ряд.

Апельсин не в начале и не в конце этого ряда.

Стоя лицом к этому ряду, можно увидеть, что апельсин - справа от банана (но не обязательно рядом с ним).

Сколько разных вариантов расположения фруктов может быть ?

Окно в комнате Кости имеет прямоугольную форму и разделено на 3x3 маленьких секций.

Костя хочет покрасить две секции желтой краской. Но он хочет покрасить их так, чтобы окно смотрелось одинаковым, если смотреть на него снаружи или изнутри.

Сколько всего способов покрасить свое окно есть у Кости ?

№2. Сколько чётных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 4, 5, 9?

	0	2	4
1	10	12	14
2	20	22	24
4	40	42	44
5	50	52	54
9	90	92	94

$5 * 3 = 15$ чётных двузначных чисел

Ответ: 15.

На доске обе команды на скорость таблицей

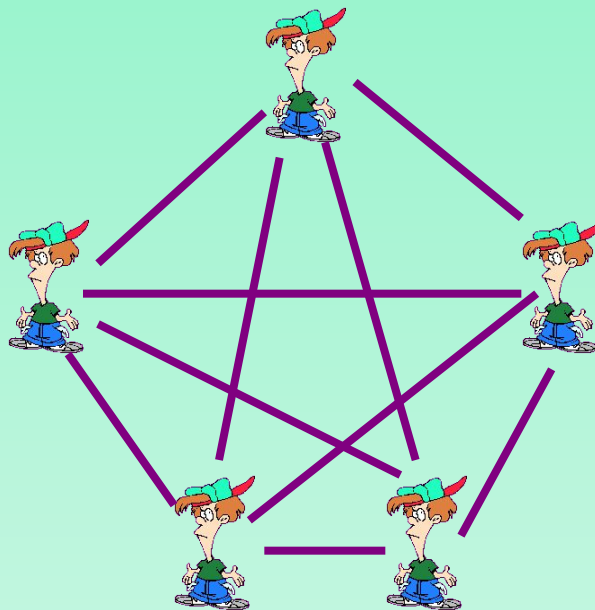
В одной деревне по сложившейся традиции мужчин называют каким-либо из следующих имен: Иван, Петр, Василий и Михаил. Проживают в этой деревне 15 мужчин с разными именами. Может ли оказаться так, что в деревне нет мужчин с одинаковым именем и отчеством?

Решение



Задачи, решаемые
с помощью таблиц

Задача 18



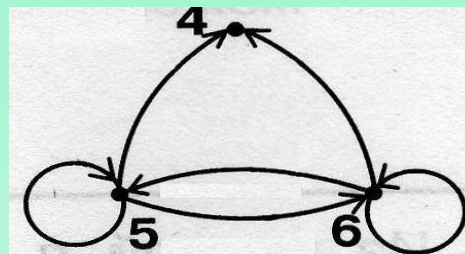
10 рукопожатий

Задача 22

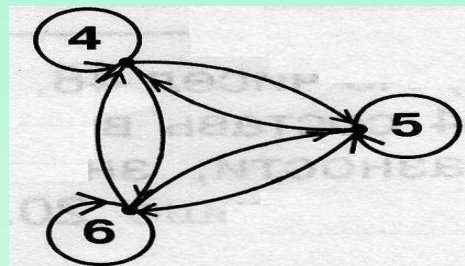
Начертить граф, который соответствует заданию

.

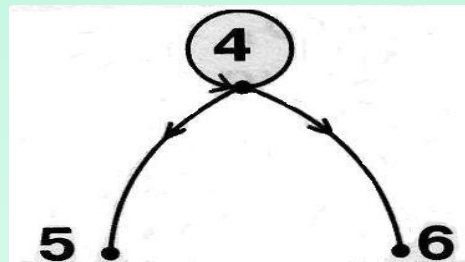
1. Используя цифры 4, 5, 6, запиши все возможные двузначные числа.



2. Используя цифры 4, 5, 6, запиши двузначные числа, которые меньше 50.



3. Используя цифры 4, 5, 6, запиши двузначные числа, которые больше 50.



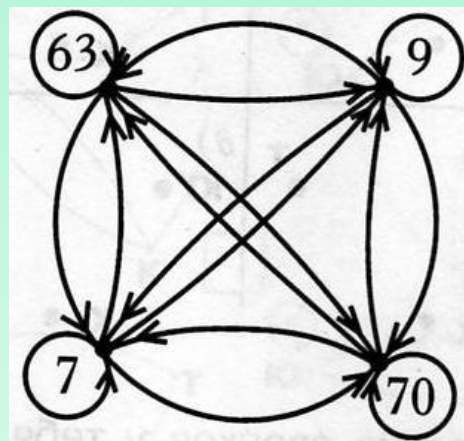
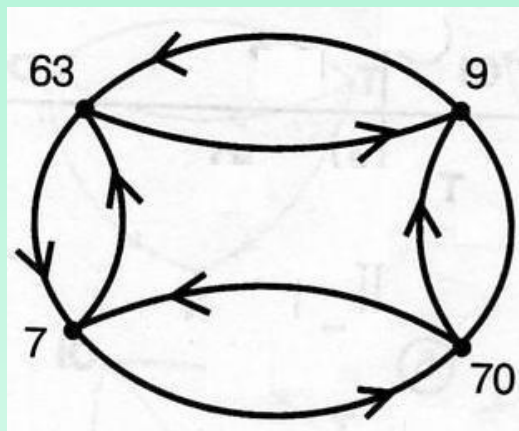
Решение

Задачи, решаемые
с помощью графов

Задача 21

Из каждой пары чисел 63, 9, 7, 70 составь всевозможные суммы.

Начертить граф, который соответствует данному заданию.



Решение

Задача 2 (размещения).

Десять стульев были проданы с аукциона в розницу.
Остап Бендер отправил по их следу беспризорников.
Он узнал:



Четыре стула оказываются в
театре Колумба



два стула увезла Эллочка



один стул находится
у гражданина на Садово-
Спасской



Один стул оказывается
в редакции газеты
«Станок»



Один стул в квартире на
Чистых прудах



Последний стул
пропал за дверью
Октябрьского
вокзала



Сколько стратегий поиска стульев (порядка поиска стульев) Остап Бендер смог просчитать мгновенно, если за один миг он просчитывал все варианты развития событий на два шага вперед?

Эллочка

Гр.Садово-
Спасское

«Станок»

Кв. на
Чистых
прудах

Вокзал

Театр Колумба



Театр
Колумба

Эллочка

Гр. Садово-
Спасское

«Станок»

Кв. у
Чистых
прудов

Вокзал

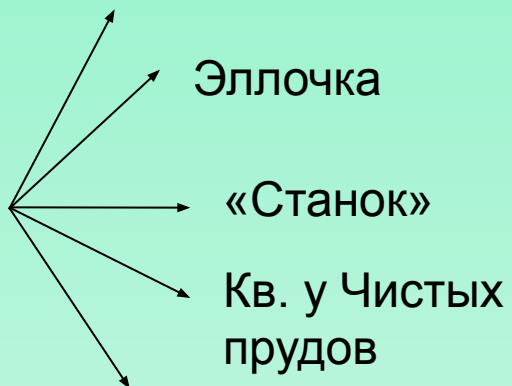
Театр Колумба

Эллочка

«Станок»

Кв. у Чистых
прудов

Вокзал



Ответ к задаче 2

$$6 \times 5 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{6!}{(6-2)!} = 30$$

- вариантов стратегий просчитал Остап Бендер мгновенно.

$$6 \times 5 = 30$$

Перестановки - комбинации из n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком их расположения

Найти все перестановки цифр числа 1542 и 8362 (на баллы) и их количество

Размещения - комбинации по m различных элементов, выбранных из множества, содержащего n элементов, которые отличаются друг от друга не только порядком, но и составом элементов

Пример. Всевозможные размещения из трех элементов 123 и 561 по два элемента: 12, 13, 21, 23, 31, 32.

А с повторениями + 11, 22, 33

Сравнительная таблица подсчета числа перестановок и размещений

Перестановки	Размещения
В результате есть все элементы	В результате только часть элементов
Каждый элемент входит в результат один раз	Элемент может входить один раз (размещения без повторений) или несколько раз (размещения с повторениями)
Формула $P = n!$	Формула <u>С повторениями</u> $A = n^k$ <u>Без повторений</u> равно убывающему факториалу: $A_n^k = n^{\underline{k}} = (n)_k = n(n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Сочетания

Задача 3:

Членами подпольной организации были 7 человек:

1. Чарушников,
2. Никеша,
3. Владя,
4. Полесов,
5. Елена Станиславовна,
6. Кислярский,
7. Дядьев.

Остап устраивал собрания подпольщиков.

На них он приглашал по 3 члена союза.

На каждом собрании Остап Бендер зарабатывал по 1 тысяче рублей.



Сколько денег Остап Бендер сможет собрать с подпольщиков, если будет приглашать на собрания каждый раз новый состав членов подпольной организации?

Сочетания

- Комбинации по m различных элементов, выбранных их множества n данных элементов, которые отличаются друг от друга только составом элементов называются **сочетаниями**



Задача 3:

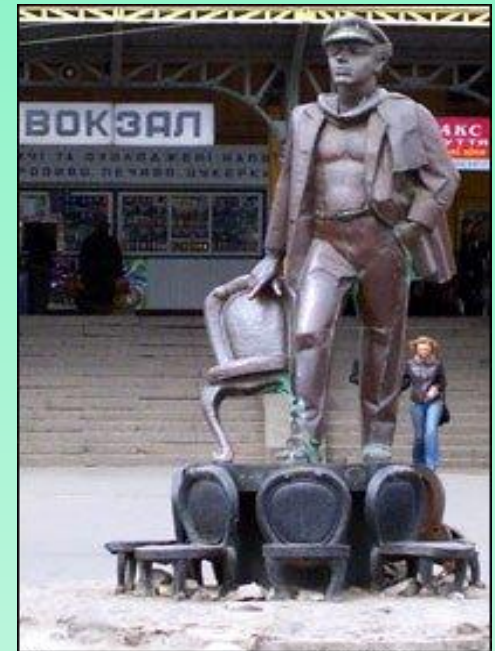
Членами подпольной организации были 7 человек:

1. Чарушников,
2. Никеша,
3. Владя,
4. Полесов,
5. Елена Станиславовна,
6. Кислярский,
7. Дядьев.

Остап устраивал собрания подпольщиков.

На них он приглашал по 3 члена союза.

На каждом собрании Остап Бендер зарабатывал по 1 тысяче рублей.



(с) Юлиана.

RC-MIR.com



Ответ к задаче 3:

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{6} = \left(\frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \right) \div (3 \times 2 \times 1) = \left(\frac{7!}{(7-3)!} \right) \div 3! = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!}$$

Перестановки

Перестановками называют комбинации из n элементов, отличающиеся друг от друга только порядком их расположения

Формула для подсчета количества всевозможных перестановок:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1 = n! \quad (n \text{ факториал})$$

- Слово **«факториал»** в переводе с латинского означает «производящий действие».

Размещения

- Формула для нахождения количества размещений различных m элементов из n :

$$A_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

- **Размещениями** называются комбинации по m различных элементов, выбранных из множества, содержащего n элементов, которые отличаются друг от друга не только порядком, но и составом элементов.

Сочетания

- Формула для нахождения количества сочетаний m элементов из n :

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



На занятии мы узнали

- Для того, чтобы стать **Великим комбинатором** надо уметь быстро просчитывать все варианты развития событий.
- В этом нам помогают формулы:
- 1.
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$
 - Формула подсчета количества сочетаний
- 2.
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$
 - формула подсчета количества размещений
- 3.
$$P_n = n!$$
 - Формула подсчета количества перестановок

Спасибо за внимание!
