

Обобщающий урок по  
теме

**Формулы  
сокращенно**

**20**

**УМНОЖЕНИЯ**

# Историческая страница

**Число** – арифмос (греч.)

**Геометрия** –  
гео – земля (греч.), метрео –  
меряю (греч.)

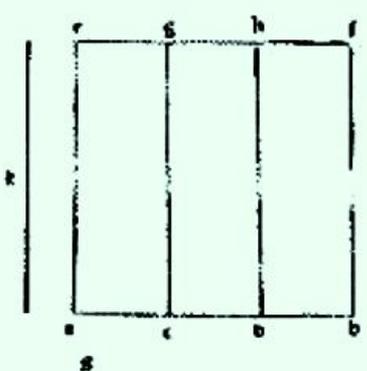
**Аль джебр** –  
восстановление (арабск.)



# Евклид. «Начала». Издание 1482 г.



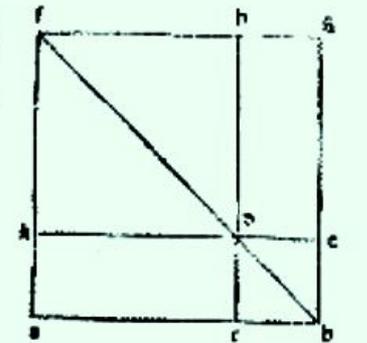
**Propositio .2.**  
**S**i fuerit linea i ptes diuisa illud qd ex ductu totius linee in seipſa fiet equu erit bis q ex ductu cuiuslibet i oes suas ptes.  
 ¶ Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. c. e. d. b. dico qd illud qd fit ex ductu totius .a. b. in se qd fit .a. c. b. f. equu est bis que sunt ex ipſo tota in vniuersisq; partibus qd vobis patet. ductis .c. g. e. d. h. equidistans .a. c. e. b. f. ¶ Altere hancorū .k. equu .a. b. c. utq; p partem qd fit ex tota .a. b. in totam .a. b. equu est qd fit ex ductu .k. in omnes ptes .a. b. qd ex .k. i .a. b. ta. nra fit quatuor ex .a. b. in se. e. ex .k. in omnes ptes .a. b. quatuor ex .a. b. in omnes ptes eiusde. patet id qd .k. e. a. b. sit equalis pater ex illo proposuim.



**Propositio .3.**  
**S**i fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd fiet ex ductu totius in alterutra parte equu erit bis q ex ductu eiusde parte in se ipsam & alterutra in alteram.



**Propositio .4.**  
**S**i fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd ex ductu totius i seipſa fit equu e bis q ex ductu vniuersiq; pte i seipſa & altera i altera bis. Ex hoc manifestu e qd i ois qdrato due suplicies quas diameter secat pmediu sunt ambe quadratae.  
 ¶ Sit linea .a. b. diuisa in .a. c. c. b. e. dico qd quadratum totius .a. b. equum est duobus quadratis quatum lineamentū .a. c. e. b. e. duplo cuius qd fit ex ductu vniuersi .a. b. in alteram describam quadratum alterius partium itaq; .c. d. b. e. quadratu linee .c. b. an adinquantur p rone seculi ductu directuſi linee alterius scz .a. c. qd factam hoc no. in quadrato vltimpro protraham diametru .b. d. e. a puncto .a. educam perpe dicularem sup lineam .a. b. que fit .a. k. qd .a. k. e diameter .b. d. producam vsq; quo concurrat in puncto .f. e a puncto .f. producam .f. b. quidistantie linee .a. b. qua .f. b. e. b. e. producam vsq; concurrat i puncto .g. e producam .c. d. vsq; ad .b. e. c. d. vsq; ad .h. Et quia duo latera .d. e. e. c. b. trian guli .d. e. c. b. sunt equalia; erit pti .5. pmi duo anguli .c. d. b. e. c. b. d. equalia; e qd angulus .c. est rectus erit p .32. pmi vtriq; eoz medietas recti. Eade rone vterq; qd duoru anguloz .c. d. b. e. c. b. d. erit medietas recti. quare p seculu pti .29. p mi erit vniuersiq; quatuor anguloz qui sunt .b. f. d. e. b. d. f. e. k. f. d. e. k. d. f. me dietas recti ergo p .6. pmi .f. g. e. g. b. sunt equalia. similiter queq; .f. a. e. a. b. pari rone .f. b. e. b. d. itaq; .f. k. e. k. d. quare vtriq; duoru supliciu .a. b. g. f. e. k. d. b. f. est quadrato e q; totale quadratum .a. b. f. g. qd est quadratu linee .a. b. con stat ex duobus quadratis que consistunt circa diametp que sunt quadrata quatum lineamentū .a. c. e. c. b. e. ex duobus supplementis quoz vniq; qd; pdicū ex .a. c. in .b. e. patet proposuim nostru. ¶ Altere sit linea .a. b. vt pms diuisa in .a. c. e. c. b.



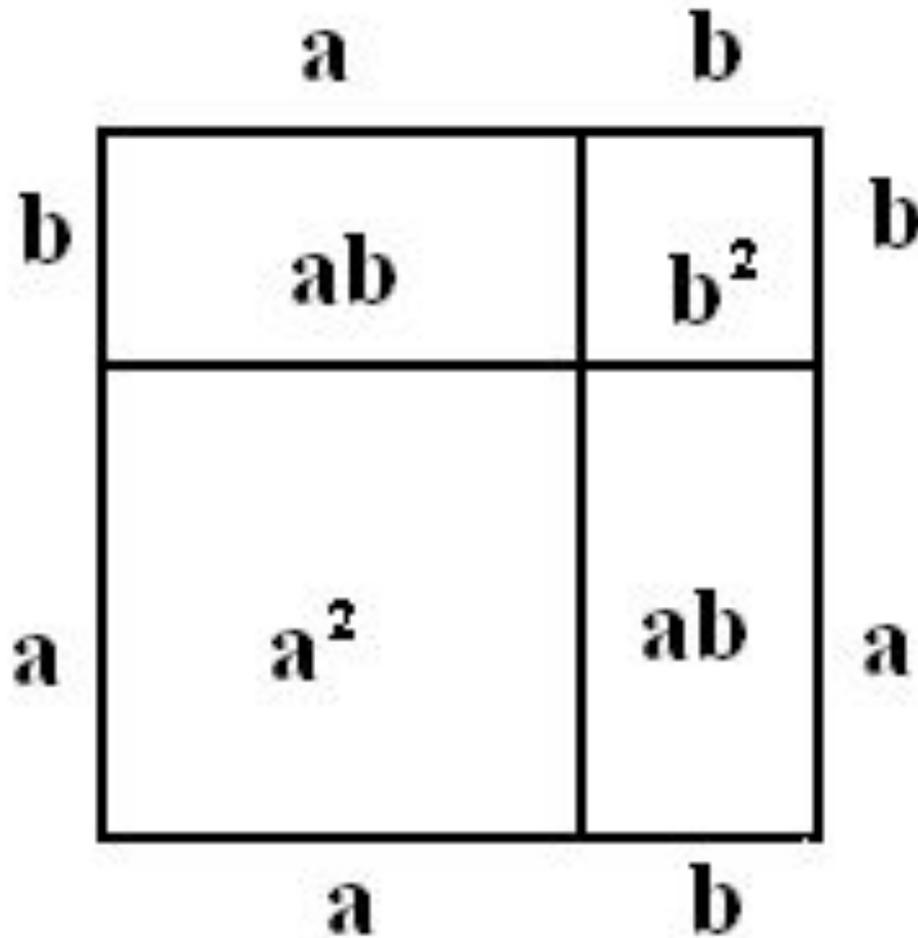
# Евклид. «Начала».

«Если отрезок как-либо разбит на два отрезка, то площадь квадрата, построенного на всем отрезке, равна сумме площадей квадратов, построенных на каждом из двух отрезков, и удвоенный площади прямоугольника, сторонами которого служат эти два отрезка.»

Суть этой фразы в формуле

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Изобразить эту формулу  
геометрически можно так:



# Три способа формулировки математических утверждений:

- 1) **Словесный** – понятный, но длинный, неудобный;
- 2) **Геометрический** – наглядный, но не всегда удобный для вычисления;
- 3) **Символьный** – краткий, легко запоминающийся.

Аль джебр — восстановление  
(арабск.)

algebra

# Тренировочн ые упражнения

# Составьте по описанию алгебраические выражения:

1. Сумма квадратов чисел  $a$  и  $b$ .
2. Разность между числом  $m$  и удвоенной суммой чисел  $a$  и  $b$ .
3. Квадрат разности чисел  $b$  и  $a$ .
4. Разность квадратов чисел  $a$  и  $b$ , умноженная на сумму этих чисел.

**Запишите в виде степени  
выражения:**

$$a^2 b^2 c^2; \quad 25a^2 b^2;$$

$$\frac{1}{125} x^3 y^3; \quad \frac{a^2 b^2}{c^2}.$$

Найдите неизвестное  $x$ :

1.  $(2^4)^x = 2^{12};$

2.  $10^x = 10000;$

3.  $5^3 \cdot 5^4 = 5^{2+x};$

4.  $0,1^x = 0,01.$

# Заполните пропуски в формулах:

$$(a + \dots)^2 = \dots + 2ab + \dots ;$$

$$(a \dots b) \dots = a^2 - 2ab + \dots ;$$

$$a^3 - \dots = (a - b)(\dots + ab + \dots);$$

$$a^3 + b^3 = (\dots \dots)(a^2 \dots + b^2);$$

$$a^2 - b^2 = (\dots b)(a - \dots).$$

# Расширение знаний по формулам сокращенного умножения

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Геометрическое доказательство

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
<b>a</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>ab</b>	<b>ac</b>
<b>b</b>	<b>ab</b>	<b>b<sup>2</sup></b>	<b>bc</b>
<b>c</b>	<b>ac</b>	<b>bc</b>	<b>c<sup>2</sup></b>

**Найдите квадрат выражения:**

**а)  $(a - x + y)^2$**

**б)  $(a - b - c)^2$**

# Треугольник Паскаля

# Блез Паскаль (1623 – 1662)

---



# Рассмотрим двучлены:

---

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

**Составим таблицу из их коэффициентов:**

---

**1**

**1 1**

**1 2 1**

**1 3 3 1**



# Закон образования коэффициентов

$$1 - 2^0$$

$$1 \ 1 - 2^1$$

$$1 \ 2 \ 1 - 2^2$$

$$1 \ 3 \ 3 \ 1 - 2^3$$

# Вариации числа **100**

# Рассмотрим комбинации числа 100:

$$100 = 50 + 50;$$

$$100 = 38 + 62;$$

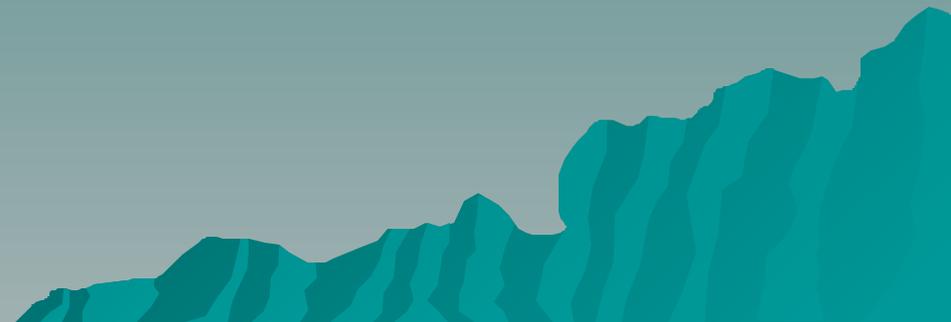
$$100 = 99 + \frac{99}{99};$$

$$100 = 101 - \frac{101}{101};$$

$$100 = (1 + 2 + 3 + 4)^2;$$

$$100 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3.$$

Изменив положение  
одной цифры, добейтесь,  
чтобы равенство **102 =**  
**100** было верным.



# Примеры вариантов некоторых формул:

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

$$a^2 = (a - b)(a + b) + b^2$$



# Вычисление квадрата числа

$$a^2 = a^2 - b^2 + b^2 = (a - b)(a + b) + b^2,$$

где  $b$  – дополнение числа  $a$  до круглого числа.

**Пример.**

**Вычислите  $986^2$**

**1. Круглое число 1000.**

$$a = 986, b = 14, a + b = 1000, a - b = 972.$$

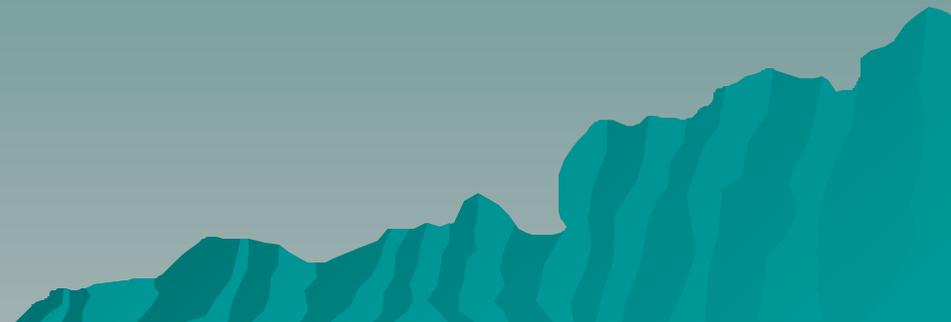
$$2. 986^2 = 972 \cdot 1000 + 14^2 = 972000 + 196 = 972196.$$

Вычислите:

1)  $195^2$

2)  $488^2$

# Математический софизм



# Докажем, что $4 = 5$ .

1. Рассмотрим две разности:  $16 - 36$  и  $25 - 45$ .

2. Добавим число  $\frac{81}{4}$ . Имеем:  $16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$ .

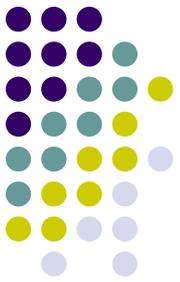
3. Представим эти выражения так:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2.$$

4. Используем формулу:  $\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$ .

5. Получаем:  $4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$ ,  $4 = 5$ .

# Домашнее задание



1. Обратите внимание на пирамиды чисел:

а)  $1 \cdot 8 + 1 = 9$ ,  $12 \cdot 8 + 2 = 98$ ,  $123 \cdot 8 + 3 = 987$ .

А как дальше?

б)  $1^2 = 1$ ,  $11^2 = 121$ ,  $111^2 = ?$

2. Возведите в степень:

а)  $(2a - b + c)^2$ ; б)  $(a + b)^4$ .

3. Вычислите: а)  $976^2$ ; б)  $295^2$ .

...Мне мудрость не чужда была  
земная, Разгадки тайн ища, не  
ведал сна я.            За семьдесят  
перевалило мне,            Что ж я  
узнал! -                            Что  
ничего не знаю.

Омар Хайям



Обобщающий урок по

теме

**Формулы**

**сокращенн**

**ого**

**умножения**