

Экономические задачи по математике

Экономика

НАУКА



- Экономика – это наука о хозяйстве, способах его ведения и управления им, отношениях между людьми в процессе производства и обмена товаров, закономерностях протекания хозяйственных процессов.

ХОЗЯЙСТВО



- Экономика – это хозяйственная система, обеспечивающая удовлетворение потребностей людей и общества путем создания и использования необходимых жизненных благ.

Структура экономики

Экономика

производство

потребление

распределение

обмен

Формы
Организации

Люди,
организации

Органы
государственной
власти

рынок



Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

- 14.60.** У старшего брата было вдвое больше денег, чем у младшего. Они положили свои деньги на год на счета в разные банки, причём младший брат нашёл банк, который даёт на 5% годовых больше, чем банк, в который обратился старший брат. Сняв свои деньги со счетов через год, старший брат получил 42 000 р., а младший — 22 000 р. Сколько денег было бы у братьев в сумме, если бы они с самого начала поменяли банки?

214.60

x - денег у старшего брата

y - денег у мл. брата.

$$x = 2y$$

2% - банк старшего брата

$2 + 5\%$ - банк мл. брата.

$$\begin{cases} \frac{2x}{100} + x = 42000 \cdot 1.100 \\ \frac{(2+5)y}{100} + y = 22000 \cdot 1.100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 22y + 200y = 4200000 \\ 2y + 5y + 100y = 2200000 \cdot 1.100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22y + 200y = 4200000 \\ -22y - 210y = -4400000 \end{cases}$$

$$22y - 22y + 200y - 210y = 4200000 - 4400000$$

$$-10y = -200000$$

$$y = 20000 \text{ р.}$$

$$x = 40000 \text{ р.}$$

$$20000 \cdot 2 + 2100000 = 2200000$$

$$20000 \cdot 2 = 100000 \Rightarrow 2 = 5\%$$

y старшего брата было 40000 р., y мл. брата 20000 р.

Если бы они поменяли банки

$$40000 - 100\% \Rightarrow a = \frac{40000 \cdot 10}{100} = 4000 \text{ р.}$$

$$a - 5 + 5\%$$

$$20000 - 100\% \Rightarrow a = \frac{20000 \cdot 5}{100} = 1000 \text{ р.}$$

$$a - 5\%$$

Таким образом если бы братья сразу поменяли бы банки, то они бы получили

$$40000 + 20000 + 4000 + 1000 = 65000 \text{ р.}$$

Ответ: 65000 р.

Геометрическая прогрессия

- 024.33.** Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 евро на 5 лет под 20 % годовых. Какую сумму он в итоге выплатит, если условия погашения кредита таковы:
- а) проценты возвращаются в банк ежегодно;
 - б) весь кредит с процентами возвращается в банк в конце срока?

N 24.33 1129.

а) 20% от 50000 евро — 10000 евро, за 5 лет — 50000.

Каждый год возвращается 10000 плюс и проценты,
т.е. по 20000 евро ежегодно $\Rightarrow$ в конечном итоге
он получит $20000 \cdot 5 = 100000$ евро

б) Пусть первый год клиент должен 60000 евро
второй — $60000 + 60000 \cdot 0,2 = 72000$, третий $72000 + 72000 \cdot 0,2 =$
 $= 86400$, четвертый $86400 + 86400 \cdot 0,2 = 103680$ и в конце
пятого года он должен отдать $103680 + 103680 \cdot 0,2 = 124416$ евро

Геометрическая прогрессия

024.65. Банк начисляет 7 % годовых. 1 января 2012 г. в этот банк была положена сумма в a р. Найдите размер вклада на 1 января 2017 г., если в течение этого времени процентная ставка оставалась без изменения. С помощью калькулятора выясните, через какое наименьшее число лет сумма вклада увеличится более чем в 2 раза.

~ 24.65 1161

7% - годовых, $\frac{100+7}{100} = 1,07$, т.е. ежегодно вклад увеличивается на 1,07.

$$1,07a - 13$$

$$1,07^2a \cdot 1,07 - 15$$

$$1,07^4a \cdot 1,07 - 17,$$

$$1,07a \cdot 1,07 - 14$$

$$1,07^3a \cdot 1,07 - 16$$

$1,07^5a$ - сумма вклада на 1 января 2017 г.

$$1,07^n > 2$$

$$1,07^{11} > 2; \quad 1,07^{11} = 2,104351952 \dots \text{ т.е. в течение 11 лет.}$$

Ответ: $1,07^5a$, 11 лет.

Геометрическая прогрессия

●24.67. В результате трёхкратного повышения цены на некоторый товар на одно и то же число процентов цена товара стала превышать первоначальную цену на $72,8\%$. На сколько процентов повышалась цена на товар каждый раз?

~ 24.67 1163

$x\%$ — повышение цены.

$$\frac{100+x}{100} - 1\text{-й год} ; \left(\frac{100+x}{100} \right) \frac{x}{100} + \frac{x}{100} - 2\text{-й год}$$

$$\left(\left(\frac{100+x}{100} \right) \cdot \frac{x}{100} \right) \cdot \frac{x}{100} + \frac{x^2}{100^2} - 3\text{-й год}.$$

$$\frac{100+x}{100} + \frac{100x+x^2}{100^2} + \frac{x}{100} + \frac{100x^2+x^3}{100^3} + \frac{x^2}{100^2} = \frac{1728}{100} \cdot 100^3$$

$$100^3 + \underline{100^2x} + \underline{100^2x} + \underline{100x^2} + \underline{100^2x} + \underline{100x^2} + x^3 + \underline{100x^2} = 17280000$$

$$100^3 + 3 \cdot 100^2 \cdot x + 3x^2 \cdot 100 + x^3 = 17280000$$

$$(100+x)^3 = 17280000$$

$$100+x = 120$$

$$x = 20\%$$

Ответ: 20 %

Арифметическая прогрессия

●23.74. Железная дорога за простой вагонов под разгрузкой в первый день берёт с предприятия 400 у. е., а в каждый последующий — на 300 у. е. больше, чем в предыдущий. Бригада грузчиков может разгрузить вагоны за 10 дней. Если бригада разгрузит вагоны раньше срока, то за каждый сэкономленный день она получит премию 2350 у. е. При каком сроке разгрузки затраты предприятия на оплату простоя вагонов и на премию грузчикам будут минимальными?

~ 23.74 1095

за первый день проплат 400 у.е.

за каждый последующий на 300 у.е. больше, чем в предыдущий.

$$\frac{400 + 100 + 300n}{2} \cdot n - \text{за } n \text{ дней проплат}$$

$$\frac{400 + 100 + 300n}{2} \cdot n = (200 + 50 + 150n) \cdot n = 150n^2 + 250n$$

плата за пропой.

Премия бригаде за каждый день 2350 у.е.

Таким образом за n дней она составит $(10 - n) \cdot 2350$.

Минимум найдем по формуле

$$150n^2 + 250n + (10 - n) \cdot 2350 = 150n^2 + 250n + 23500 - 2350n = 150n^2 - 2100n + 23500$$

$$n \leq 10, n \geq 10 \Rightarrow 150 \cdot 10^2 - 2100 \cdot 10 + 23500 = 14500$$

$$n = 9 \Rightarrow 150 \cdot 9^2 - 2100 \cdot 9 + 23500 = 16350$$

$$n = 8 \Rightarrow 150 \cdot 8^2 - 2100 \cdot 8 + 23500 = 16300$$

$$n = 7 \Rightarrow 150 \cdot 7^2 - 2100 \cdot 7 + 23500 = 16150$$

$$n = 6 \Rightarrow 150 \cdot 6^2 - 2100 \cdot 6 + 23500 = 16300$$

Таким образом при $n = 7$ затраты будут наименьшими.

Ответ: $n = 7$.

Арифметическая прогрессия

●23.75. Две землеройные машины разных конструкций роют навстречу друг другу тоннель длиной 30 м. Для первой машины стоимость проходки первого метра равна 150 у. е., а каждого последующего метра на 90 у. е. больше предыдущего. Стоимость проходки каждого метра второй машиной одинакова и равна 1275 у. е. Сколько метров должна прорыть каждая из этих машин, чтобы стоимость работ была минимальной?

23.10.96

Стоимость 1-го метра у 1-й машины стоит 150 у.е.

Каждый последующий на 30 у.е. больше предыдущего.

1-й метр - 150; 2-й - 150 + 30; 3-й 150 + 30 + 30.

$$S_3 = 150 + 150 + 30 + 150 + 180 = 150 \cdot 3 + 30 + 180$$

Стоимость "n" метров у 1-й машины составит

$$S_{n_1} = 150 \cdot n_1 + \frac{30 \cdot n_1 \cdot (n_1 - 1)}{2}$$

у 2-й машины стоимость "n" метров:

$$S'_{n_2} = 1275 \cdot n_2$$

$$n_2 = 1 - n_1$$

Таким образом стоимость всей работы с 2-х машин находим по формуле:

$$150n_1 + 45n_1(n_1 - 1) + (1 - n_1)1275 = 150n_1 + 45n_1^2 - 45n_1 + 1275 - 1275n_1 = 45n_1^2 - 1170n_1 + 1275$$

График данной функ-ии парабола, ветви которой направлены вверх $\Rightarrow$ точка экстремума это точка самой дешевой работы.

$$n_{1,0} = \frac{1170}{2 \cdot 45} \approx 13 \Rightarrow n_2 \approx 17$$

$$S_{13} = 150 \cdot 13 + \frac{30 \cdot 13 \cdot 12}{2} = 8970 \quad \left. \begin{array}{l} S'_{17} = 1275 \cdot 17 = 21675 \end{array} \right\} 30645$$

$$S_{14} = 150 \cdot 14 + 45 \cdot 14 \cdot 13 = 10290 \quad \left. \begin{array}{l} S'_{16} = 1275 \cdot 16 = 20400 \end{array} \right\} 30690$$

$$S_{12} = 150 \cdot 12 + 45 \cdot 12 \cdot 11 = 7740 \quad \left. \begin{array}{l} S'_{18} = 1275 \cdot 18 = 22950 \end{array} \right\} 30690$$

Таким образом стоимость работ будет min, если первая машина проделает 13 метров, а вторая 17 м.

Ответ: 13 м. и 17 м.

Задачи на составление уравнений

484. Цена на товар была сначала снижена на 10%, а затем ещё на 20%. На сколько процентов была снижена цена товара по сравнению с первоначальной?

- 1) 30%; 2) 72%; 3) 18%; 4) 70%.

№ 484.

Пусть x руб. - начальная цена. Понижили на 10% , цена стала

$$x - 0,1x = 0,9x.$$

Понижили на 20% , тогда цена стала:

$$0,9x - 0,9x \cdot 0,2 = 0,9x - 0,18x = 0,72x$$

$$\frac{0,72x \cdot 100}{x} = 72\% \text{ - цена стала от первоначальной.}$$

Ответ: 2) 72%

Задачи на составление уравнений

485. Цену товара сначала повысили на 50%, а затем понизили на 20%. Во сколько раз изменилась цена товара?

- | | |
|----------------|--------------------------|
| 1) В 0,2 раза; | 3) в 1,2 раза; |
| 2) в 0,3 раза; | 4) в $\frac{5}{6}$ раза. |

~485.

Пусть x - начальная цена. Повысили на 50%:

$$x + 0,5x = 1,5x$$

Понижали на 20% $\Rightarrow 1,5x \cdot 0,2 = 0,3x$ - понижение цены.

$$\frac{1,5x - 0,3x}{x} = 1,2$$

Ответ: 3) цена увеличилась в 1,2 раза.

Задачи на составление уравнений

486. Цена на товар была снижена на 10% , а затем повышена на 10% . Как изменилась цена на товар?

- 1) Цена на товар осталась без изменения;
- 2) товар стал дороже на $0,1\%$;
- 3) товар стал дешевле на $0,01\%$;
- 4) товар стал дешевле на 1% .

№ 486.

Пусть x - начальная цена. Понижили на 10%:

$$x - 0,1x = 0,9x$$

Повысили на 10% $\Rightarrow 0,9x \cdot 0,1 = 0,09x$ - 10% от $0,9x$

$$\frac{0,9x + 0,09x}{x} = 0,99 \Rightarrow 99\% \Rightarrow 100 - 99 = 0,01\% - \text{скинулась от первоначальной}$$

Ответ: 3) товар стал дешевле на 0,01%

Задачи на составление уравнений

487. Цену на товар понизили на 20% . На сколько процентов необходимо повысить цену товара, чтобы она стала первоначальной?

№487.

Пусть x - первоначальная стоимость; $0,2x$ - 20% от x .

$x - 0,2x = 0,8x$ - цена после снижения.

$$\frac{0,2x}{0,8x} = \frac{2}{8} = 0,25 \Rightarrow 25\%, \text{ процент от сниженной цены.}$$

Ответ: на 25% новую цену необходимо повысить, чтобы она стала первоначальной.

Задачи на составление систем уравнений

490. Рубашка дешевле пиджака на 80%, а пиджак дороже брюк на 100%. На сколько процентов рубашка дешевле брюк?

№ 490.

Пусть x - цена пиджака, тогда $P = x - 0,8x = 0,2x$ - стоимость рубашки, от стоимости пиджака. А брюки в 2-а раза дешевле, т.к. пиджак на 100% дороже $\Rightarrow B = \frac{x}{2}$; $x = 25$

$$\begin{cases} P = 0,2x \\ x = 25 \end{cases} \Rightarrow P = 0,2 \cdot 25 = 0,45, \text{ рубашка стоит } 40\% \text{ от брюк, а}$$

это значит, что она 60% дешевле.

Ответ: на 60% рубашка дешевле брюк.

Задачи на составление систем уравнений

507. За 2,5 м шерстяной ткани и 4 м хлопчатобумажной ткани заплатили 2120 р. В конце сезона цена на шерстяную ткань снизилась на 20%, а на хлопчатобумажную ткань повысилась на 10% и такая покупка стала стоить 1882 р. Найдите первоначальную цену каждого вида ткани.

№ 507.

Пусть x р. - стоимость метра шерстяной ткани, а y р. -
метр хлопчатобумажной, $0,2x$ - понижение цены шерсти

$$\begin{cases} 2,5x + 4y = 2120 & 0,1y - \text{повышение цен хлопчатобумажн.} \\ 2,5(x - 0,2x) + 4(y + 0,1y) = 1882 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2,5x + 4y = 2120 \\ 2x + 4,4y = 1882 \quad | : 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2,5x + 4y = 2120 \\ x + 2,2y = 941 \end{cases} \Rightarrow x = 941 - 2,2y$$

$$2,5(941 - 2,2y) + 4y = 2120 \quad | : 2,5$$

$$941 - 2,2y + 1,6y = 848$$

$$-0,6y = -93$$

$$y = 155 \text{ р.}$$

$$x = 941 - 2,2 \cdot 155 = 941 - 341 = 600 \text{ р.}$$

Ответ: 600 р. стоила шерстяная ткань и 155 р. стоила
хлопчатобумажная.

Задачи на составление систем уравнений

508. За 8 футболок и 10 спортивных маек заплатили 4560 р. Во время распродажи цена на футболки была снижена на 25%, а на спортивные майки на 10% и такая покупка стала стоить 3780 р. Найдите первоначальную цену каждого вида товара.

2508.

Пусть x - цена одной грутболки, а y - одна майка.

$0,25x$ - снижение цены на грутболки

$0,1y$ - снижение цены на майки.

$$\begin{cases} 8x + 10y = 4560 \\ 8(x - 0,25x) + 10(y - 0,1y) = 3780 \end{cases}$$

$$8(630 - 1,5y) + 10y = 4560$$

$$5040 - 12y + 10y = 4560$$

$$\begin{cases} 8x + 10y = 4560 \\ 6x + 9y = 3780 \quad | : 6 \end{cases}$$

$$-2y = -480$$

$$y = 240 \text{ р.}$$

$$\begin{cases} 8x + 10y = 4560 \\ x + 1,5y = 630 \Rightarrow x = 630 - 1,5y \end{cases}$$

$$x = 630 - 1,5 \cdot 240 = 630 - 360 = 270 \text{ р.}$$

Ответ: 270 р. стоили грутболки и 240 р. - майка.