

Логарифмические уравнения

- Уравнения, в которых неизвестное находится под знаком логарифма, называются **логарифмическими**.
- **Например:** $\log_2 x = 16$

Методы решения

- 1) По определению логарифма.
- 2) Потенцирование.
- 3) Введение новой переменной.
- 4) Логарифмирование обеих частей уравнения.
- 5) Приведение к одному основанию.
- 6) Графически.

По определению логарифма

- Решим уравнение : $\log_2 x = 16$
- Вспомним определение логарифма. **Логарифмом** положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .
- То есть $2^x = 16$
 $x = 4$
- Ответ : 4

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Потенцирование

- Потенцирование-это переход от уравнения вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ к уравнению $f(x) = g(x)$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, а $f(x)$ и $g(x)$ — элементарные алгебраические функции, $f(x) > 0, g(x) > 0$.
- Например: $\log_5(x+10) = \log_5(3x-6)$
- Уравнение имеет смысл при
 - $(x+10) > 0$, т.е. $x \in (-2, +\infty)$
 - $(3x-6) > 0$;
- $x+10=3x-6$
 - $2x=16$
 - $x=8$
- Ответ: 8

Введение новой переменной.

- $\log_5^2 x + 6\log_5 x - 7 = 0$, где $x > 0$
- Заменяем $\log_5 x$ на t , получаем $t^2 - 3t - 4 = 0$
по следствию из т.Виета получаем $t_1 = -1, t_2 = 4$
Подставим: $\log_5 x = -1$ и $\log_5 x = 4$
 $x = 0,2$ $x = 625$
- Ответ: $0,2; 625$

Логарифмирование обеих частей уравнения.

- $x^{\lg x} = 10000$, одз: $x > 0$
- Прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x} = \lg 10000$$

$$\lg^2 x = 4$$

$$\lg x = 2 \quad \text{и} \quad \lg x = -2$$

$$x = 100 \quad \text{и} \quad x = 0,01$$

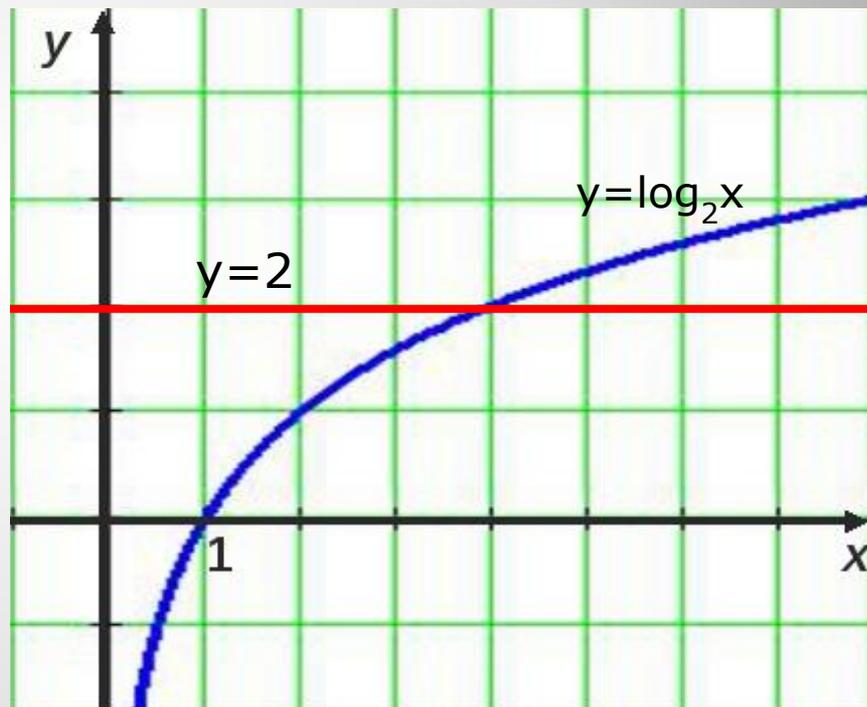
Ответ: 0,01; 100.

Приведение к одному основанию.

- $\log_2 x + \log_4 x = 0$, приведем к одному основанию
- $\log_2 x + 0,5\log_2 x = 0$
- $1,5\log_2 x = 0$
- $x = 1$
- Ответ: 1

Графически

- $\log_2 x = 2$
- Построим графики функций $y=2$ и $y=\log_2 x$
В ответ выписываем абсциссу точки пересечения графиков
- Ответ: 4



Потренируемся

$$2 \log_8 2^{4x} = 2^{\log_{\sqrt{2}} 2}.$$

$$\log_5 \left(\frac{x+1}{10} \right) = \log_5 \left(\frac{2}{x} \right).$$

$$\log_{x+1} 2 = 3.$$

$$\log_{1-x} (x^2 - x - 6)^2 = 4.$$

$$(\log_2 x)^2 - 2 \log_2 \sqrt{x} = 2.$$

$$\log_2 \frac{x}{8} = \frac{15}{\log_2 \frac{x}{16} - 1}.$$

$$\log_3 ((x+2)(x-2)) = 4 \log_9 (2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5.$$

$$\frac{1}{2} \lg \left(x + \frac{1}{8} \right) - \lg \left(x + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \lg \left(x - \frac{1}{2} \right) - \lg x.$$

$$\log_3 ((x+2)(x-2)) = 4 \log_9 (2x+3) - \log_{\sqrt{5}} 5.$$

$$\frac{1}{2} \lg \left(x + \frac{1}{8} \right) - \lg \left(x + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \lg \left(x - \frac{1}{2} \right) - \lg x.$$